

VEKTÖRLERLE İLGİLİ PROBLEMLER

Analitik Geometri ve Çözümlü Problemler

4.Baskı

M.Özdemir, Altın Nokta Yayınevi, 2020

SORU

$A(1, 2, 4, 2)$ ve $B(3, 4, 1, 2)$ noktaları arasındaki uzaklığı bulunuz.

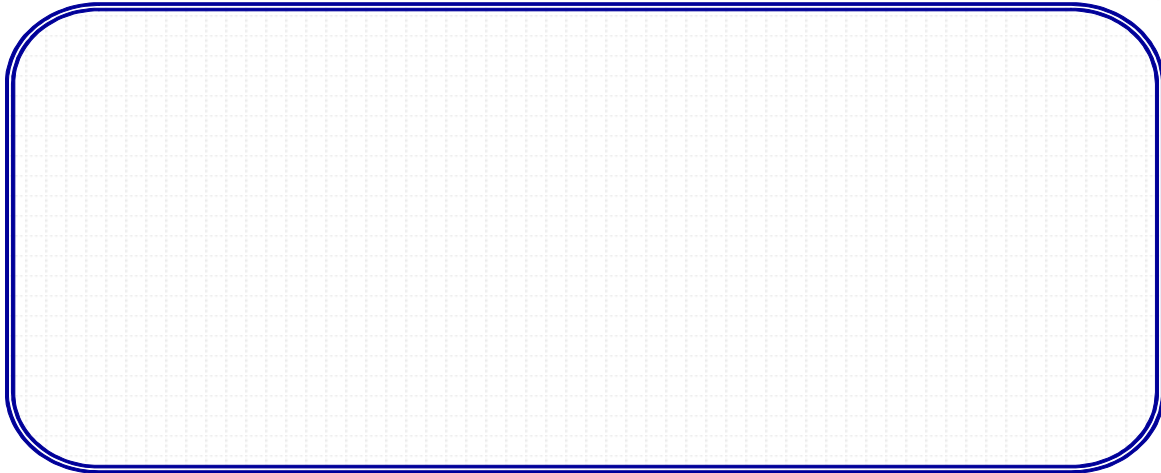
A) $\sqrt{3}$

B) $\sqrt{13}$

C) $\sqrt{14}$

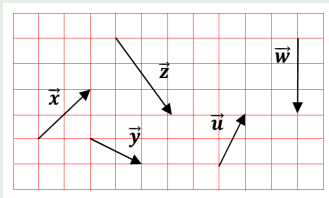
D) $\sqrt{15}$

E) $\sqrt{17}$



SORU

Aşağıdaki birim karelerden oluşan koordinat sisteminde verilen vektörlere göre, $2\vec{x} - \vec{y} + \vec{z} + 2\vec{u} + \vec{w}$ vektörünün konum vektörü nedir?



A) (6, 3)

B) (6, 1)

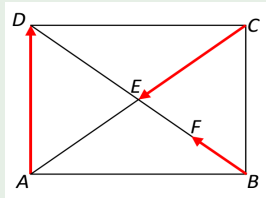
C) (4, 2)

D) (7, 1)

E) (5, 3)

SORU

$ABCD$ bir dikdörtgen ve F , $[BE]$ 'nin orta noktası olmak üzere, $\vec{AD} + \vec{CE} + \vec{BF}$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?



A) $\frac{1}{4}\vec{BC}$

B) $\frac{3}{4}\vec{FE}$

C) $3\vec{FB}$

D) $\frac{1}{2}\vec{AE}$

E) $3\vec{FE}$

SORU

$\vec{u} = (1, 2, 1, 3, 2)$ vektörünün uzunluğu kaç birimdir?

A) $\sqrt{29}$

B) $\sqrt{13}$

C) $\sqrt{14}$

D) $\sqrt{19}$

E) $\sqrt{17}$

SORU

$\vec{x} = (a \cos t, a \sin t, b \sin 2t, b \cos 2t)$ vektörünün her $t \in \mathbb{R}$ için birim vektör olması için, aşağıdakilerden hangisi sağlanmalıdır?

- A)** $a^2 + b^2 = 1$ **B)** $a + b = 1$ **C)** $ab = 1$ **D)** $2a^2 + b^2 = 1$ **E)** $a^2 + 2b^2 = 1$

SORU

$A(1, 3)$ ve $B(3, 6)$ noktalarından geçen doğrunun eğimi nedir?

- A) 2** **B) -2** **C) 3/2** **D) 5/2** **E) -3**

SORU

Köşelerinin koordinatları $A(1, 1, 3, 4)$, $B(1, 4, 1, 2)$ ve $C(1, 1, 2, 3)$ olan üçgenin ağırlık merkezinin koordinatları nedir?

- A)** $(1, 2, 1, 1)$ **B)** $(1, 2, 2, 3)$ **C)** $(0, 2, 0, 3)$ **D)** $(3/2, 3, 3, 9/2)$ **E)** $(1/2, 2, 2, 3/2)$

SORU

Köşelerinin koordinatları $A(3, 4, 5, 6)$, $B(3, 4, 1, 2)$ ve $C(1, 2, 2, 1)$ olan üçgenin, $[AB]$ kenarı üzerinde, $|AD| = 3|BD|$ olacak şekilde, bir D noktası alınıyor. $[CD]$ noktasının orta noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A)** $(2, 3, 3, 3)$ **B)** $(1, 2, 1, 1)$ **C)** $(1, 2, 2, 1)$ **D)** $(1, 3, 3, 1)$ **E)** $(1, 2, 0, 3)$

SORU

Aşağıdakilerden hangisi birim vektördür?

- A)** $(1, 1)$ **B)** $(1, 0, 1)$ **C)** $(0, 1/2, 0, 0)$ **D)** $(1/3, 0, 2/3, 2/3)$ **E)** $(1/2, 0, 1/2)$

SORU

$\vec{x} = \frac{1}{3}(1, 3, 0, 2, 2)$ ve $\vec{y} = \frac{1}{3}(1, k, 0, 1, 0)$ olmak üzere, $\vec{x} - \vec{y}$ vektörü birim vektör ise, k 'nın olabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 4** **B) -2** **C) 6** **D) 5** **E) 1**

SORU

\mathbb{R}^3 'de $A(1, 1, 1)$ ve $B(4, 3, 2)$ noktalarından geçen doğrunun denklemini bulunuz.

A) $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = z-1$ **B)** $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = z$ **C)** $\frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{2}$

D) $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2}$ **E)** $x-4 = y-3 = z-2$

SORU

$\vec{u} = (3, 2, 5)$ vektörünün $\vec{a} = (1, 1, 3)$, $\vec{b} = (1, 2, 4)$, $\vec{c} = (0, 1, k)$ vektörlerinin lineer bileşimi olarak yazılabilmesi için k ile ilgili aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- A) $k = 1$ olursa, \vec{u} vektörü, $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektörleri cinsinden yazılamaz.
- B) $k = 0$ olursa, \vec{u} vektörü, $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektörleri cinsinden yazılamaz.
- C) \vec{u} vektörü, k ne olursa olsun, $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektörleri cinsinden yazılabilir.
- D) $k \neq 1$ durumunda, $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektörleri lineer bağımlıdır.
- E) $k = 1$ olursa, $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektörleri \mathbb{R}^3 ün tabanı olurlar.

SORU

$\vec{u} = (1, 0, 3)$ vektörü $\vec{a} = (1, 1, 3)$ ve $\vec{b} = (1, 2, k)$ vektörlerinin lineer bileşimi olarak yazılabilmesi için k kaç olmalıdır?

- A) 4** **B) -2** **C) 3** **D) 5** **E) 1**

SORU

Aşağıdaki vektörlerden hangisi, $\vec{a} = (1, 1, 3)$ ve $\vec{b} = (1, 2, 1)$ vektörlerinin lineer bileşimi olarak yazılamaz?

- A)** $(2, 3, 4)$ **B)** $(0, 1, -2)$ **C)** $(1, 0, 5)$ **D)** $(1, 0, 2)$ **E)** $(1, 3, -1)$

SORU

$\vec{x} = (1, 1, 3)$, $\vec{y} = (2, 1, k)$ ve $\vec{z} = (1, -2, 3)$ vektörleri lineer bağımlı ise k nedir?

- A)** 4 **B)** 6 **C)** -2 **D)** 5 **E)** 1

SORU

$\vec{x} = (1, 1, 3, 1)$, $\vec{y} = (2, 1, k, 1)$, $\vec{z} = (k, 2, 1, 1)$, $\vec{w} = (0, 1, 2, 1)$ vektörlerinin lineer bağımlı olması için $k = ?$

- A) 4** **B) 6** **C) -2** **D) 5** **E) 1**

SORU

\mathbb{R}^3 uzayında verilen $\vec{u} = (1, 1, 1)$, $\vec{x} = (1, 1, 2)$, $\vec{y} = (2, 2, 3)$ ve $\vec{z} = (1, 2, 1)$ vektörleri için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) \vec{u} , \vec{x} ve \vec{y} vektörleri lineer bağımlıdırlar.
- B) \vec{u} , \vec{x} ve \vec{z} vektörleri \mathbb{R}^3 ün bir tabanıdır.
- C) \vec{u} ve \vec{x} vektörleri lineer bağımsızdırlar.
- D) \vec{u} , \vec{x} , \vec{y} ve \vec{z} vektörleri \mathbb{R}^3 ü germezler.
- E) \vec{u} , \vec{x} , \vec{y} ve \vec{z} vektörleri \mathbb{R}^3 ün tabanı değildirler.

SORU

Aşağıdakilerden hangisi lineer bağımsızlığın taban olma koşulu için tek başına yeterli olmadığına bir örnektir?

- A)** \mathbb{R}^2 , $\{(1, 2); (2, 1)\}$ **B)** \mathbb{R}^3 , $\{(1, 2, 1); (2, 1, 1)\}$ **C)** \mathbb{R}^2 , $\{(1, 2); (0, 0)\}$
D) \mathbb{R}^2 , $\{(1, 2); (2, 1); (1, 1)\}$ **E)** \mathbb{R}^3 , $\{(1, 0, 0), (2, 0, 0)\}$

SORU

Aşağıdakilerden hangisi germe aksiyomunun taban olma koşulu için tek başına yeterli olmadığına bir örnektir?

- A)** \mathbb{R}^2 ; $\{(1, 2); (2, 1)\}$ **B)** \mathbb{R}^3 ; $\{(1, 2, 1); (2, 1, 1)\}$ **C)** \mathbb{R}^2 de $\{(1, 2); (0, 0)\}$
D) \mathbb{R}^2 ; $\{(1, 2); (2, 1); (1, 1)\}$ **E)** \mathbb{R}^3 ; $\{(1, 0, 0), (2, 0, 0)\}$

SORU

Aşağıdaki vektörlerden hangisi $\vec{x} = (1, 2, 3)$ ve $\vec{y} = (3, 3, 4)$ vektörleri tarafından gerilen uzaydadır?

A) (2, 1, 1)

B) (1, 1, 1)

C) (2, 5, 1)

D) (2, 5, 4)

E) (1, 3, 1)

SORU

Aşağıdakilerden hangisi \mathbb{R}^3 ün bir tabanıdır?

- A)** $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{u} + \vec{v}\}$ **B)** $\{(1, 1, 1); (1, -1, 2); (2, 0, 3)\}$ **C)** $\{(1, 1, 0); (0, 1, 1)\}$
D) $\{(1, 0, 0); (0, 1, 0); (1, 1, 0)\}$ **E)** $\{(1, 1, 1); (1, 2, 1); (2, 1, 1)\}$

SORU

Aşağıdakilerden hangisi \mathbb{R}^2 nin bir ortogonal tabanıdır?

- A)** $\{(1, 1); (-1, 1)\}$ **B)** $\{(1, 1); (1, 2)\}$ **C)** $\{(1, 0); (1, 1)\}$
D) $\{(1, 1); (0, 1)\}$ **E)** $\{(1, 1); (2, 2)\}$

SORU

Aşağıdakilerden hangisi \mathbb{R}^2 nin bir ortonormal tabanıdır?

- A)** $\left\{ \left(\frac{5}{13}, \frac{12}{13} \right); \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5} \right) \right\}$ **B)** $\{(1, 1); (1, -1)\}$ **C)** $\{(1, 0); (1, 1)\}$
- D)** $\left\{ \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5} \right); \left(\frac{4}{5}, \frac{-3}{5} \right) \right\}$ **E)** $\{(1, 1); (2, 2)\}$

SORU

\mathbb{R}^3 uzayında verilen \vec{x} , \vec{y} ve \vec{z} vektörleri için, $c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$c_1 \vec{x} + c_2 \vec{y} + c_3 \vec{z} = \vec{0}$$

eşitliği ancak ve ancak, $c_1 = c_2 = c_3 = 0$ durumunda sağlanıyorsa aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ lineer bağımsız vektörlerdir.
- B) $\{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\}$, \mathbb{R}^3 için bir tabandır.
- C) $\det(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) \neq 0$ 'dır.
- D) $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ vektörleri \mathbb{R}^3 uzayını gererler.
- E) $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ vektörleri aynı düzlemedir.

SORU

$\vec{u} = (1, 2, 3)$ ve $\vec{v} = (2, 3, 1)$ vektörleri tarafından gerilen düzlemin denklemi hangisidir?

A) $2y - x = z$

B) $z = 5y - 7x$

C) $x + y = z$

D) $z = 4y - 5x$

E) $x + y + z = 6$

SORU

$\vec{x} = (1, 2, 1)$, $\vec{y} = (0, 1, 1)$, $\vec{z} = (1, 1, 0)$ ve $\vec{u} = (1, 3, 2)$ vektörleri tarafından gerilen uzayın boyutu kaçtır?

- A) 2** **B) 1** **C) 3** **D) 0** **E) 4**

SORU

$\vec{x} = (1, 2, 3, 1, 4)$, $\vec{y} = (1, 0, 3, 1, 2)$ vektörleri için, $\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle = ?$

- A) 14** **B) 16** **C) 12** **D) 19** **E) 11**

SORU

$\vec{x} = (1, 2, 4, 2, -1)$ ve $\vec{y} = (3, k, 2, k - 1, 5)$ vektörleri birbirine dik ise $k = ?$

- A) 4** **B) 6** **C) -2** **D) 5** **E) -1**

SORU

$\vec{x} = (1, 2, 3, 0, 1)$ ve $\vec{y} = (3, 1, 2, 1, 0)$ vektörleri arasındaki açının kosinüsünü bulunuz.

- A) $\frac{14}{15}$ B) $\frac{11}{15}$ C) $\frac{13}{15}$ D) $\frac{11}{5}$ E) $\frac{-11}{13}$

SORU

Aşağıdakilerden hangisi $\vec{x} = (2, 1, 4)$ vektörüne dik değildir?

- A)** $(2, 0, -1)$ **B)** $(3, 2, -2)$ **C)** $(-3, 2, 1)$ **D)** $(1, 1, -2)$ **E)** $(1, 2, -1)$

SORU

\mathbb{R}^3 uzayında $\vec{x} = (1, 1, k)$, $\vec{y} = (m, -1, 3)$ ve $\vec{z} = (3, n, 1)$ vektörleri ikişer olarak birbirlerine dik olduklarına göre, k kaçtır?

- A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{9}{8}$ C) $\frac{7}{8}$ D) $\frac{-7}{8}$ E) $\frac{-5}{8}$

SORU

$\|\vec{x} + \vec{y}\| = 7$, $\|\vec{y}\| = 2$ ve $\|\vec{x} - \vec{y}\| = 3$ olduğuna göre, \vec{x} vektörünün uzunluğunu bulunuz.

- A) 4** **B) 3** **C) 2** **D) 5** **E) 1**

SORU

$\|\vec{x} + \vec{y}\| = 5$ ve $\|\vec{x} - \vec{y}\| = 3$ olduğuna göre, $\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle$ değeri kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 5 E) 1

SORU

$\vec{x} = (0, 1, 2, 2, 2)$ ve $\vec{y} = (2, 2, 0, 2, 1)$ vektörleriyle oluşturulan paralelkenarın alanını bulunuz.

A) $\sqrt{101}$

B) $5\sqrt{10}$

C) $3\sqrt{10}$

D) $\sqrt{105}$

E) 10

SORU

Köşelerinin koordinatları $A(1, 1, 1, 1)$, $B(1, 2, 3, 3)$ ve $C(1, 2, 1, 3)$ olan üçgenin alanını bulunuz.

- A)** $2\sqrt{5}$ **B)** $\sqrt{5}$ **C)** $2\sqrt{10}$ **D)** $\sqrt{10}$ **E)** 5

SORU

$\vec{x} = (1, 3)$ ve $\vec{y} = (3, 1)$ vektörleriyle oluşturulan paralelkenarın alanını bulunuz.

- A)** $2\sqrt{5}$ **B)** $2\sqrt{2}$ **C)** $\sqrt{10}$ **D)** $\sqrt{63}$ **E)** 8

SORU

Köşeleri $A(3, 4, 4)$, $B(1, 2, 3)$ ve $C(2, 1, 4)$ olan üçgenin B açısının kosinüsünü bulunuz.

- A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{9}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{9}$

SORU

Köşelerinin koordinatları $A(1, 1, 1, 1)$, $B(1, 2, 3, 3)$ ve $C(3, 2, 1, 3)$ olan üçgenin çevrel çemberinin alanını bulunuz.

A) $\frac{81}{28}\pi$

B) $\frac{81}{14}\pi$

C) $\frac{27}{28}\pi$

D) $\frac{81}{112}\pi$

E) $\frac{27}{14}\pi$

SORU

$\vec{x} = (1, 2, 3, 4)$ vektörünün $\vec{y} = (0, 1, 1, 1)$ vektörü üzerindeki dik izdüşüm vektörü hangisidir?

- A) $3\vec{y}$ B) $\frac{3}{2}\vec{y}$ C) $\frac{5}{2}\vec{y}$ D) $\frac{3}{10}\vec{y}$ E) $\frac{9}{11}\vec{y}$

SORU

$\vec{x} = (1, 4, 2)$, $\vec{y} = (2, 3, -1)$ olmak üzere, aşağıdaki vektörlerden hangisi $\vec{x} \times \vec{y}$ vektörüne paraleldir?

- A)** (2, 3, 1) **B)** (2, -1, 1) **C)** (1, 0, 5) **D)** (2, 1, -1) **E)** (2, 1, 1)

SORU

$\vec{x} = (1, 3, 2)$, $\vec{y} = (2, 3, -1)$ ise $\|\vec{x} \times \vec{y}\|$ kaçtır?

- A) $\sqrt{115}$ B) $3\sqrt{17}$ C) $3\sqrt{19}$ D) $\sqrt{119}$ E) $\sqrt{117}$

SORU

$\vec{x} = (1, 2, 3)$ ve $\vec{y} = (2, 3, 1)$ vektörleriyle oluşturulan paralelkenarın alanı kaçtır?

- A) $2\sqrt{19}$ B) $5\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{5}$ D) $\sqrt{19}$ E) $2\sqrt{17}$

SORU

Aşağıdakilerden hangisi $\vec{x} = (1, 2, 3)$ ve $\vec{y} = (2, 3, 1)$ vektörlerinin her ikisine de diktir?

- A)** $(-5, 1, 1)$ **B)** $(7, -5, 1)$ **C)** $(3, 0, -1)$ **D)** $(7, 5, -1)$ **E)** $(7, 5, 1)$

SORU

Aşağıdaki vektör ikililerinden hangisi $\vec{x} = (3, -1, 4)$ vektörüyle aynı düzlemedir ve birbirine diktir?

- A)** $(-5, 1, 1)$, $(1, 2, 3)$ **B)** $(1, 2, 3)$, $(-3, 0, 1)$ **C)** $(1, 1, 1)$, $(1, -3, 2)$
D) $(1, 2, 3)$, $(1, -2, 1)$ **E)** $(1, 2, 3)$, $(0, -3, 2)$

SORU

$\vec{x} = (1, 2, 3)$, $\vec{y} = (2, 3, 1)$ ve $\vec{z} = (2, 0, 3)$ vektörleriyle oluşturulan paralelyüzün hacmini bulunuz.

- A) 19** **B) 17** **C) 18** **D) 16** **E) 9**

SORU

$[\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}]$, \vec{x} , \vec{y} ve \vec{z} vektörlerinin karma çarpımını göstermek üzere, $[\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}] = 2$ ise $[3\vec{x} + 2\vec{y}, 3\vec{y} + 2\vec{z}, 2\vec{z} + \vec{x}] = ?$

- A) 24** **B) 28** **C) 14** **D) 44** **E) 22**

SORU

$\vec{x} = 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{y} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3$ ve $\vec{z} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_3$ vektörleriyle oluşturulan paralelyüzlünün hacmi kaçtır?

- A) 20 B) 30 C) 25 D) 15 E) 40

SORU

$[\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}]$, \vec{x} , \vec{y} ve \vec{z} vektörlerinin karma çarpımını göstermek üzere, $[\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}] = 0$ ise aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri kesinlikle doğrudur?

- I. \vec{x} , \vec{y} ve \vec{z} lineer bağımsızdırlar.
- II. \vec{x} , \vec{y} ve \vec{z} aynı düzlemededirler.
- III. \vec{x} , \vec{y} ve \vec{z} hacim oluşturmazlar.
- IV. \vec{z} vektörü \vec{x} ve \vec{y} vektörlerinin lineer bileşimi olarak yazılabilir.
- V. \vec{z} vektörü, \vec{x} veya \vec{y} vektörlerinden birine paraleldir.

A) II ve III **B) Hepsi** **C) II,III,IV ve V** **D) II,III ve IV** **E) II, III ve V**

SORU

$A(1, 0, 1)$, $B(1, 2, 3)$, $C(2, 1, 3)$ ve $D(k, 1, 4)$ noktaları aynı düzlemde olduğuna göre k kaçtır?

- A) 2** **B) 3** **C) 4** **D) 1** **E) 0**

SORU

$\vec{x} = (-1, 2, 3)$, $\vec{y} = (2, 3, 1)$ ve $\vec{z} = (k, 1, -3)$ vektörleri aynı düzlemde ise, $k = ?$

- A) 3** **B) 1** **C) 4** **D) 5** **E) -2**

SORU

Aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri yanlıştır?

I. $\langle \vec{u}, \vec{v} \times \vec{w} \rangle = \langle \vec{u} \times \vec{v}, \vec{w} \rangle$

II. $\langle \vec{u} \times \vec{v}, \vec{v} \rangle = 0$

III. $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{u}$

IV. $\vec{u} // \vec{v}$ ise $\vec{u} \times \vec{v} = 0$

V. $\langle \vec{u} \times \vec{v}, \vec{w} \rangle = \det(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$

VI. $\vec{u} \neq 0$ iken $\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|}$ daima birim vektördür.

- A) Yalnız IV B) Yalnız II C) II ve IV D) II ve V E) Hiçbiri

SORU

$\vec{x} = (1, k, 3)$, $\vec{y} = (1, 3, k)$ ve $\vec{z} = (2, 0, 3)$ vektörleri lineer bağımlı ise k 'nın olabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 3 B) -3 C) $\frac{3}{2}$ D) $-\frac{3}{2}$ E) -2

SORU

$$R = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 3 & -2 & -6 \\ -6 & -3 & b \\ -2 & a & c \end{bmatrix} \text{ matrisi ortogonal matris olduğuna göre, } a + b + c = ?$$

- A) 1** **B) -5** **C) -2** **D) 3** **E) -11**

SORU

$A(1, 1, 1)$, $B(1, 3, 2)$, $C(2, 1, 2)$ ve $D(2, 3, 6)$ noktalarının oluşturduğu dörtyüzlünün hacmini bulunuz.

- A) 6** **B) 5** **C) 2** **D) 3** **E) 1**