

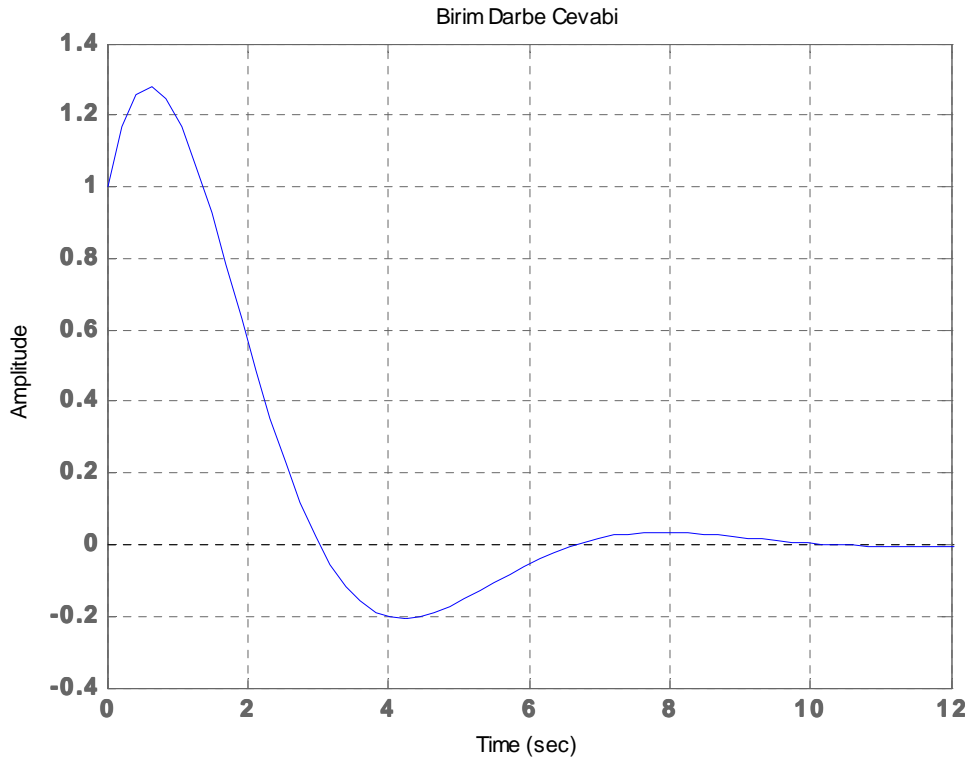
OTOMATİK KONTROL MATLAB UYGULAMALARI

ÖRNEK1- Durum-uzay modeli aşağıda verilen bir kontrol sisteminin **birim darbe cevabını** belirleyiniz.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad \text{ve} \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [0]u$$

Sisteme ilişkin MATLAB kodu ve sistemin birim-darbe cevabının zamana bağlı değişimi aşağıda verilmiştir.

```
%Durum Uzay Modeli-Birim Darbe Cevabı  
%MATLAB Program 1  
A = [0 1;-1 -1];  
B = [1;1];  
C= [1 0];  
D= [0];  
impulse(A,B,C,D);  
grid;  
title('Birim-Darbe Cevabı')
```



ÖDEV: Yukarıda verilen MATLAB kodunu Durum-uzay modeli aşağıda verilen sistem için düzenleyerek sisteminin **birim darbe cevabını** belirleyiniz. Sonucu karşılaştırınız.

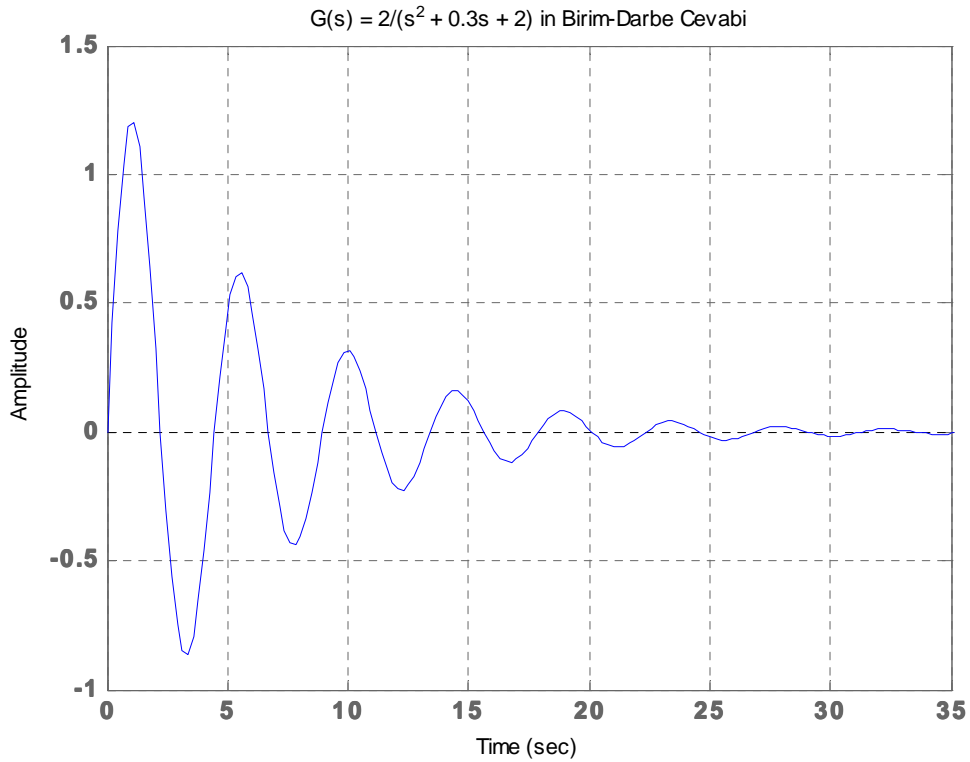
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad \text{ve} \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} u$$

ÖRNEK 2- Transfer Fonksiyonu verilen kontrol sisteminin **birim darbe cevabını** belirleyiniz.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = G(s) = \frac{2}{s^2 + 0.3s + 2}$$

Sisteme ilişkin MATLAB kodu ve sistemin birim-darbe cevabının zamana bağlı değişimi aşağıda verilmiştir.

```
%%Birim-darbe Cevabı
%%MATLAB Program 2
num = [0 0 2 ];
den = [1 0.3 2 ];
impulse(num,den);
grid
title('G(s) = 2/(s^2 + 0.3s + 2) in Birim-Darbe Cevabi')
```



ÖDEV: Yukarıda verilen MATLAB kodunu Transfer Fonksiyonu aşağıda verilen sistem için düzenleyerek sisteminin **birim darbe cevabını** belirleyiniz. Sonucu karşılaştırınız.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = G(s) = \frac{1}{s^2 + 0.1s + 1}$$

ÖRNEK 3- Transfer Fonksiyonu verilen kontrol sisteminin birim rampa cevabını belirleyiniz.

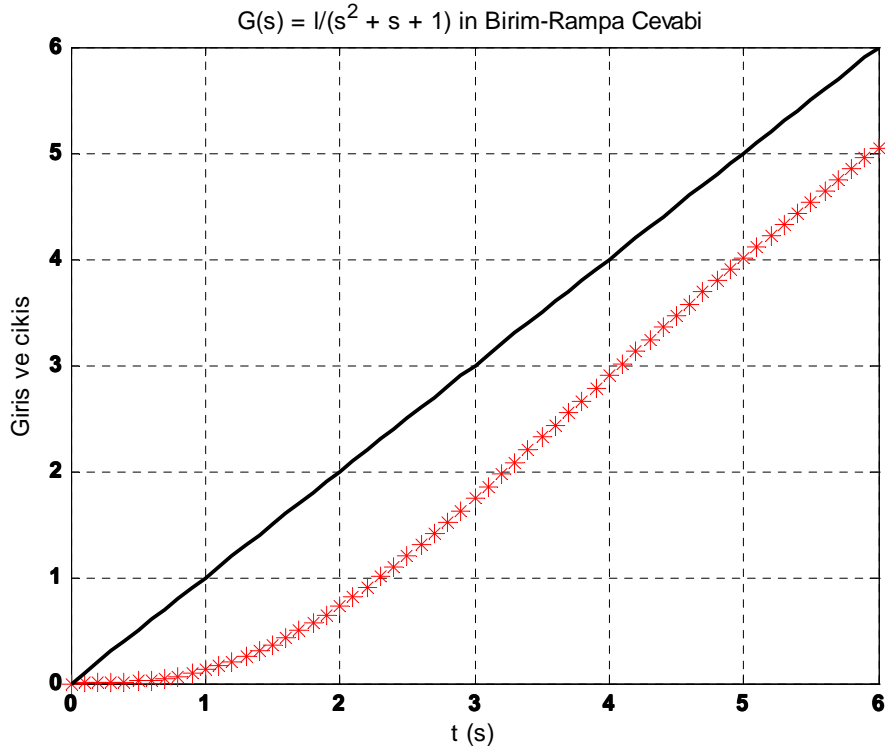
$$\frac{C(s)}{R(s)} = G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

Birim-rampa giriş için $R(s) = \frac{1}{s^2}$ olduğu dikkate alınır,

$$C(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1} \frac{1}{s^2} = \frac{1}{(s^2 + s + 1)s^2}$$

Sisteme ilişkin MATLAB kodu ve sistemin birim-rampa cevabının zamana bağlı değişimi aşağıda verilmiştir.

```
%%% - -- G(s)/s in Birim Rampa Cevabı ---  
%MATLAB Program 3  
num = [0 0 0 1];  
den = [1 1 1 0];  
t=0:0.1:6;  
c=step(num,den,t);  
plot(t,c,'o',t,t,'-');  
grid  
title('G(s) = 1/(s^2 + s + 1) in Birim-Rampa Cevabı ')  
xlabel('t (s)')  
ylabel('Giris ve cikis')
```



ÖRNEK 4- Durum-uzay modeli aşağıda verilen kontrol sisteminin

- a) **transfer fonksiyonunu** belirleyiniz. $G(s)=?$
b) **Bode diyagramını** çiziniz

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad \text{ve} \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [0]u$$

Sistem dörtlüsüne bağlı olarak sistemin transfer fonksiyonu için aşağıdaki matlab komutları kullanılabilir.

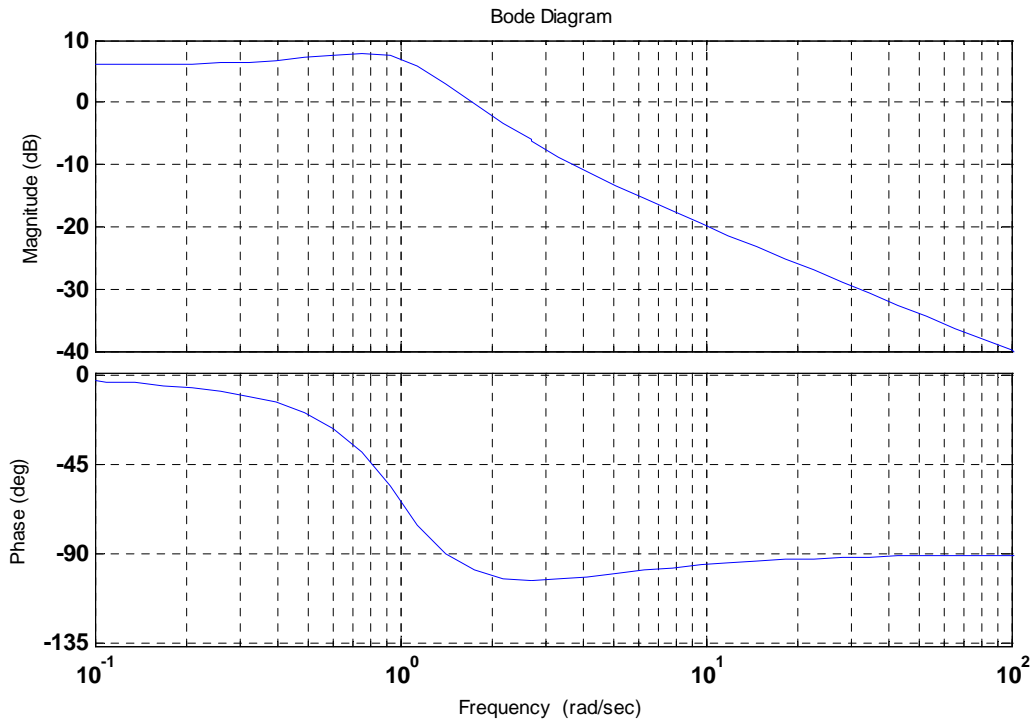
```
>> A=[0 1;-1 -1];B=[1;1];C=[1 0];D=[0];
>> [num, den]=ss2tf(A, B, C, D)

num =
0    1.0000    2.0000
den =
1.0000    1.0000    1.0000
```

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{s+2}{s^2+s+1}$$

b)

```
>> num=[0 1 2]; >> den=[1 1 1]; >> bode(num,den)
```



ÖRNEK-5. Aşağıda verilen dif denklemini MATLAB komutları yardımı ile çözünüz.

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 7 \frac{dy}{dt} + 5y = 8u(t), \quad t \geq 0$$

a) $y(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = 0$

b) $y(0) = 1, \quad \dot{y}(0) = 2$

```
>> y=dsolve('D2y = -7*Dy-5*y+8', 'y(0) = 0, Dy(0) =0')
```

$$y = \exp(1/2*(-7+29^{1/2})*t)*(-28/145*29^{1/2}-4/5) + \exp(-1/2*(7+29^{1/2})*t)*(28/145*29^{1/2}-4/5) + 8/5$$

```
>> y=dsolve('D2y = -7*Dy-5*y+8', 'y(0) = 1, Dy(0) = 2')
```

$$y = \exp(1/2*(-7+29^{1/2})*t)*(-1/290*29^{1/2}-3/10) + \exp(-1/2*(7+29^{1/2})*t)*(1/290*29^{1/2}-3/10) + 8/5$$

ÖRNEK 6. Aşağıda verilen ifadelerin Laplace Dönüşümlerini MATLAB komutları ile bulunuz.

a) $F(s) = \frac{s}{s(s+2)(s+6)}$

b) $F(s) = \frac{1}{s^2(s+5)}$

c) $F(s) = \frac{3s+1}{(s^2+2s+9)}$

a) >> syms s

```
f = s/(s*((s + 2)*(s + 6)));
```

```
ilaplace(f)
```

```
ans = 1/2*exp(-4*t)*sinh(2*t)
```

b)

```
>> syms s
```

```
f = 1/((s^2)*(s + 5));
```

```
ilaplace(f)
```

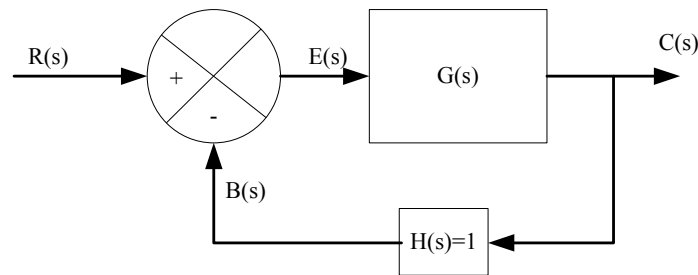
```
ans = 1/5*t-2/25*exp(-5/2*t)*sinh(5/2*t)
```

c)

```
>> syms s
f = (3*s + 1)/(s^2 + 2*s + 9);
ilaplace(f)
ans = 3*exp(-t)*cos(2*2^(1/2)*t)-1/2*2^(1/2)*exp(-t)*sin(2*2^(1/2)*t)
```

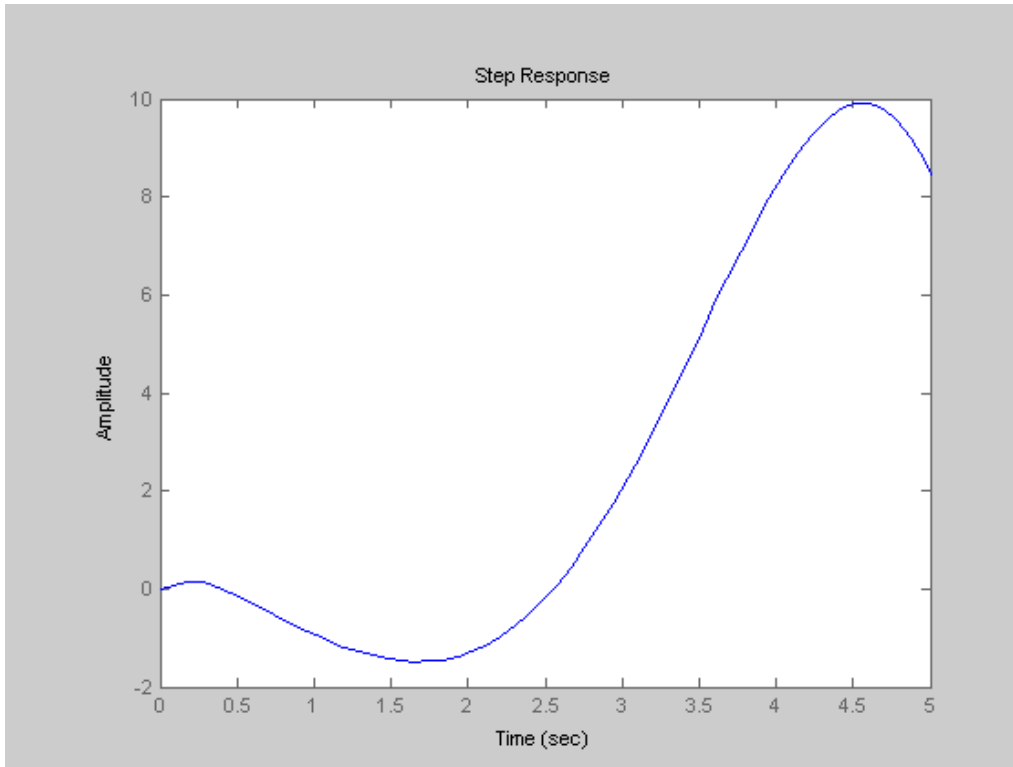
Örnek-7:Şekilde verilen birim geri beslemeli kontrol sistminin step cevabını MATLAB kullanarak belirleyiniz.

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{30(s^2 - 5s + 3)}{(s + 1)(s + 2)(s + 4)(s + 5)}$$



```
%Örnek2(7)
%MATLAB Program
>> num = 30*[1 -5 3];
den = poly([-1 -2 -4 -5]);
G = tf(num,den);
T = feedback(G,1)
step(T)

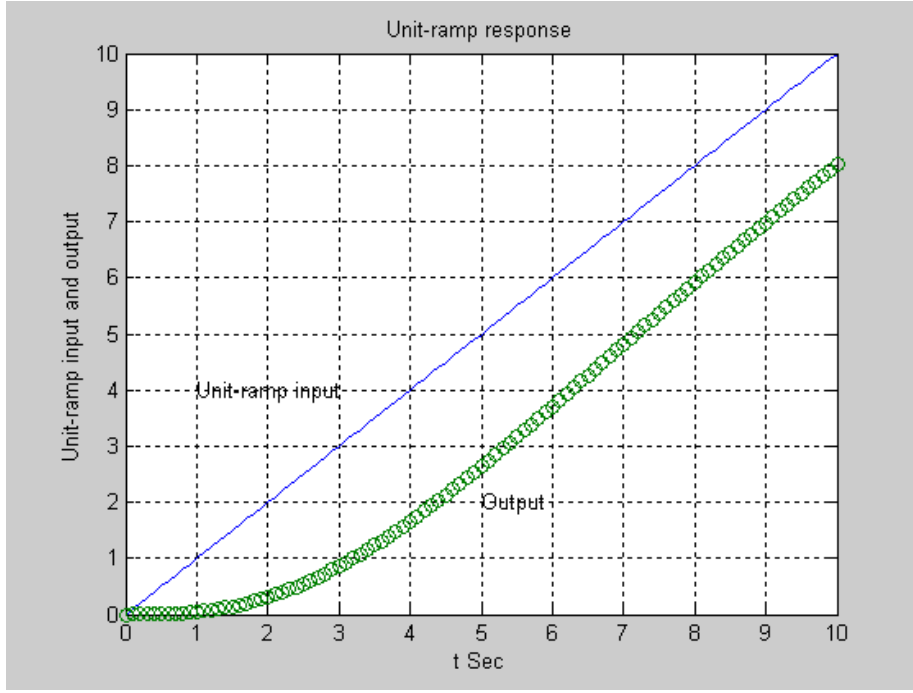
Transfer function:
30 s^2 - 150 s + 90
-----
s^4 + 12 s^3 + 79 s^2 - 72 s + 130
```



Örnek-8 :Verilen transfer cevaba ilişkin birim rampa cevabı MATLAB ile belirleyiniz.

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{3s^2 + 2s + 1}$$

```
%Örnek2(8)
%MATLAB Program
%Unit-ramp response
>> num = [0 0 1];
>> den = [3 2 1];
>> t = 0:0.1:10;
>> r = t;
>> y = lsim(num, den, r, t);
>> plot(t, r, '- ', t, y, 'o')
>> grid
>> title('Unit-ramp response')
>> xlabel('t Sec')
>> ylabel('Unit-ramp input and output')
>> text(1.0, 4.0, 'Unit-ramp input')
>> text(5.0, 2.0, 'Output')
```



Örnek:9 Aşağıda verilen Transfer Fonksiyonunun temsil ettiği sistemin **Durum-Uzay** gösterimini MATLAB ile bulunuz.

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{35s + 7}{s^3 + 5s^2 + 36s + 7}$$

```
% MATLAB program
%Örnek3(9)
>> num = [0 0 35 7];
>> den = [1 5 36 7];
>> g = tf(num,den)
Transfer function:
    35 s + 7
-----
s^3 + 5 s^2 + 36 s + 7

>> [A, B, C, D] = tf2ss(num, den)
A =
    -5   -36   -7
     1     0     0
     0     1     0

B =
     1
     0
     0

C =
     0    35     7
D =
     0
```

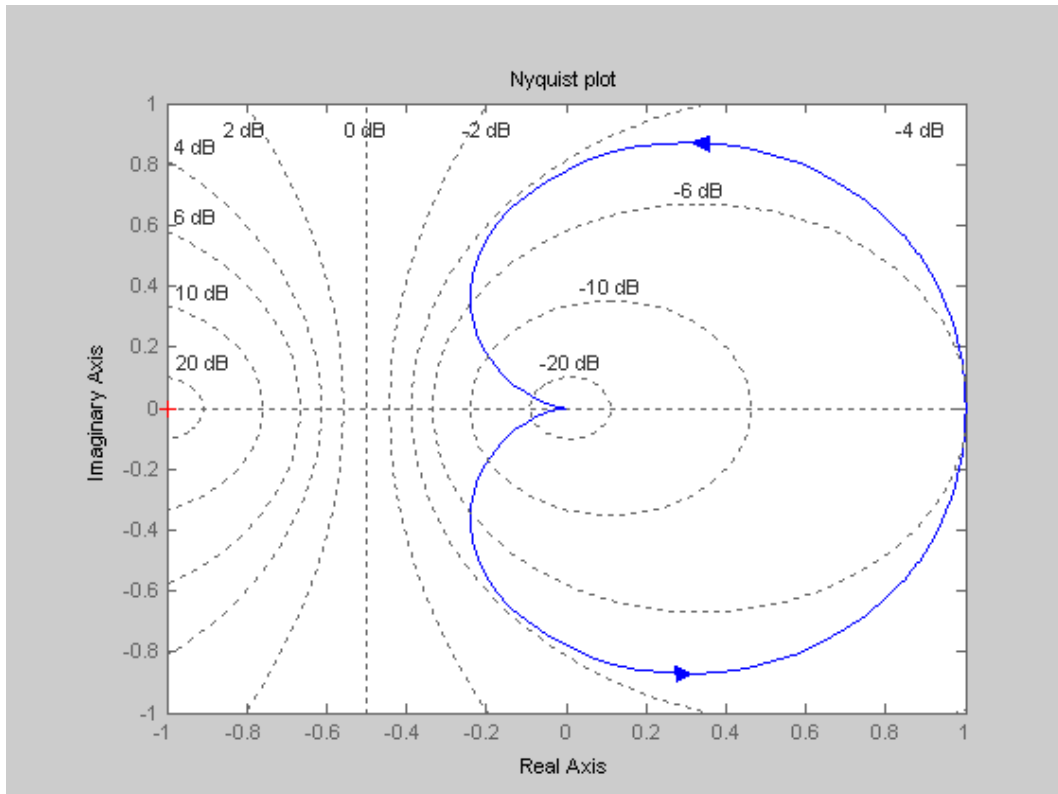

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -36 & -7 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 35 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u$$

Örnek10: Durum-Uzay modeli verilen sistemin Nyquist eğrisini MATLAB ile çiziniz.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -30 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 30 \end{bmatrix} u \quad \text{ve} \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u$$

```
>> %MATLAB Program
Örnek4(10):
A = [0 1; -30 7];
B = [0; 30];
C = [1 0];
D = [0];
nyquist(A, B, C, D)
grid
title('Nyquist plot')
>>
```



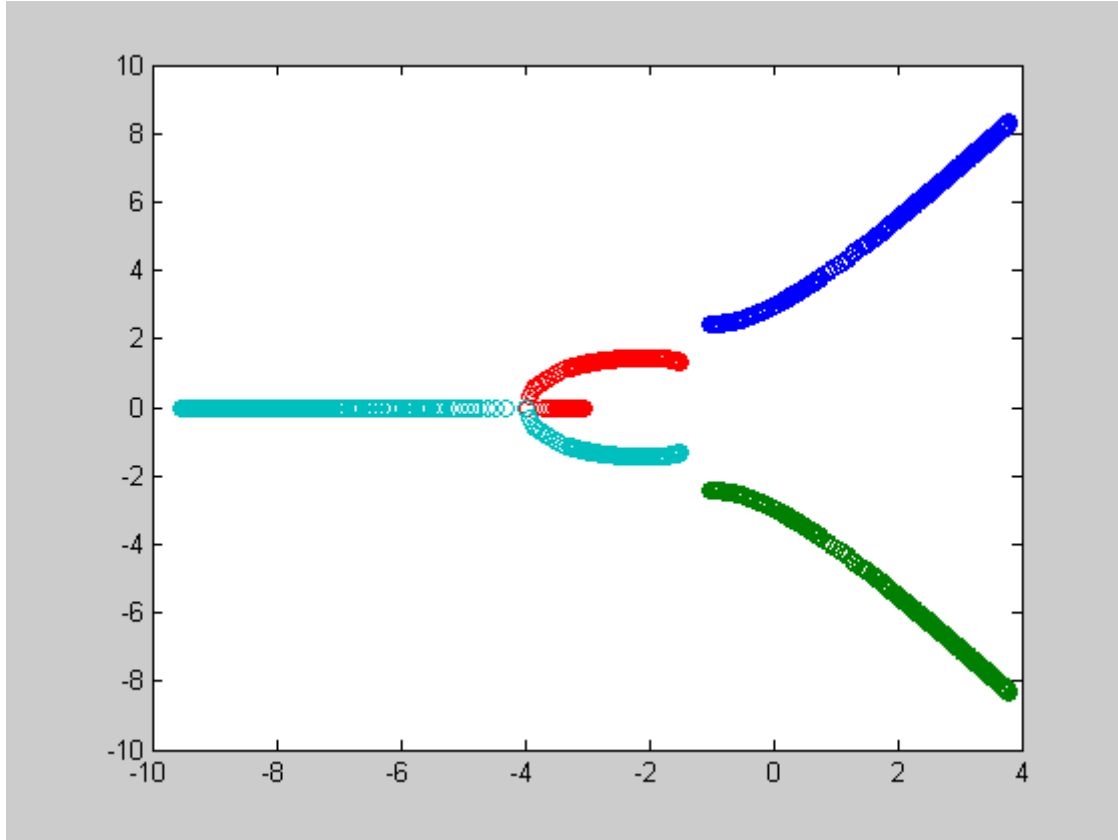
Örnek11: $G(s)H(s)$ açık çevrim transfer fonksiyonu verilen sistemin root-locus eğrisini MATLAB komutlarını kullanarak çiziniz.

$$G(s)H(s) = \frac{K(s+3)}{(s^2+3s+4)(s^2+2s+7)}$$

Çözüm:

$$G(s)H(s) = \frac{K(s+3)}{(s^2+3s+4)(s^2+2s+7)} = \frac{K(s+3)}{(s^4+5s^3+17s^2+29s+28)}$$

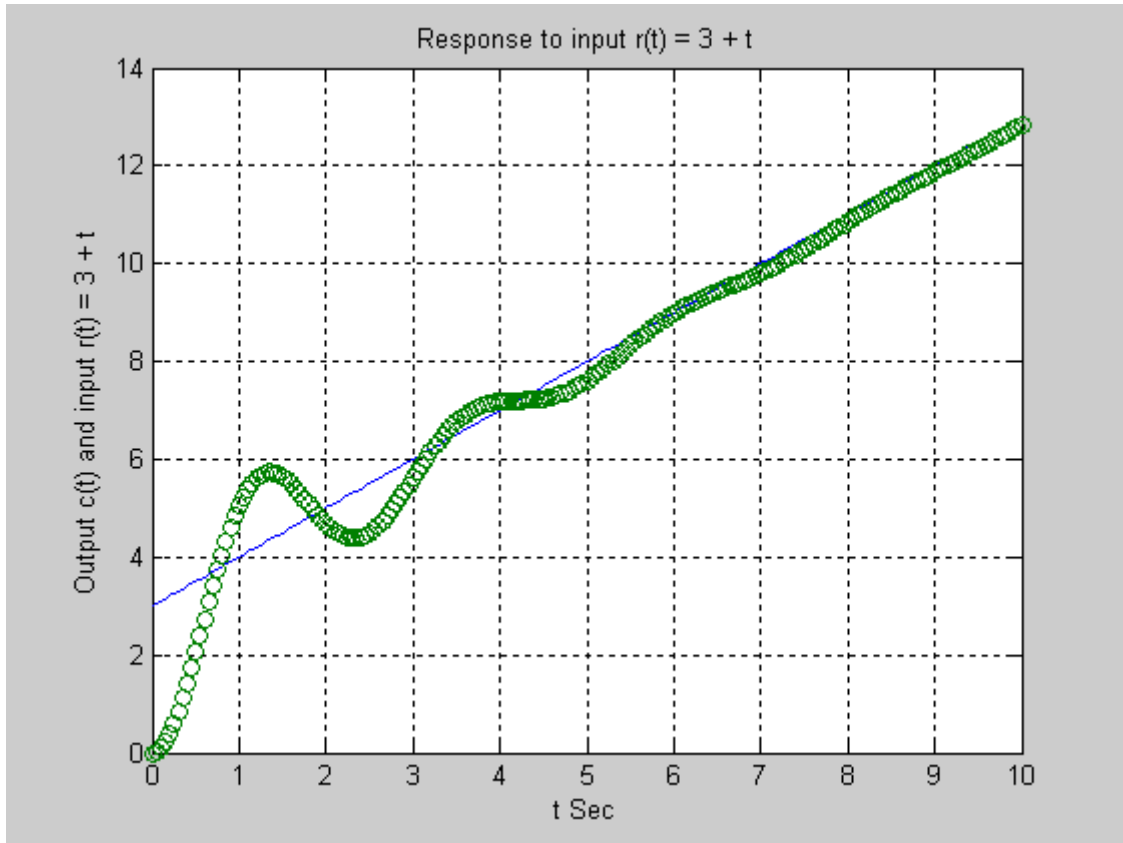
```
>> %MATLAB Program
ÖRNEK5(11)
>> num = [0 0 0 1 3];
>> den = [1 5 17 29 28];
>> K1 = 0:0.1:2;
>> K2 = 2:0.02:2.5;
>> K3 = 2.5:0.5:10;
>> K4 = 10:1:50;
>> K5 = 50:5:800;
>> K = [K1 K2 K3 K4 K5];
>> r = rlocus(num, den, K);
>> plot(r, 'o')
>> v = [10 5 -8 8]; axis(v)
>> grid
>> title('Root-locus plot of G(s)H(s)')
>> xlabel('Real axis')
>> ylabel('Imaginary axis')
```



Örnek12: $r(t) = t+3$ girişi için cevap ifadesini MATLAB ile bulunuz..

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{7}{s^2 + s + 7}, \quad r(t) = t + 3$$

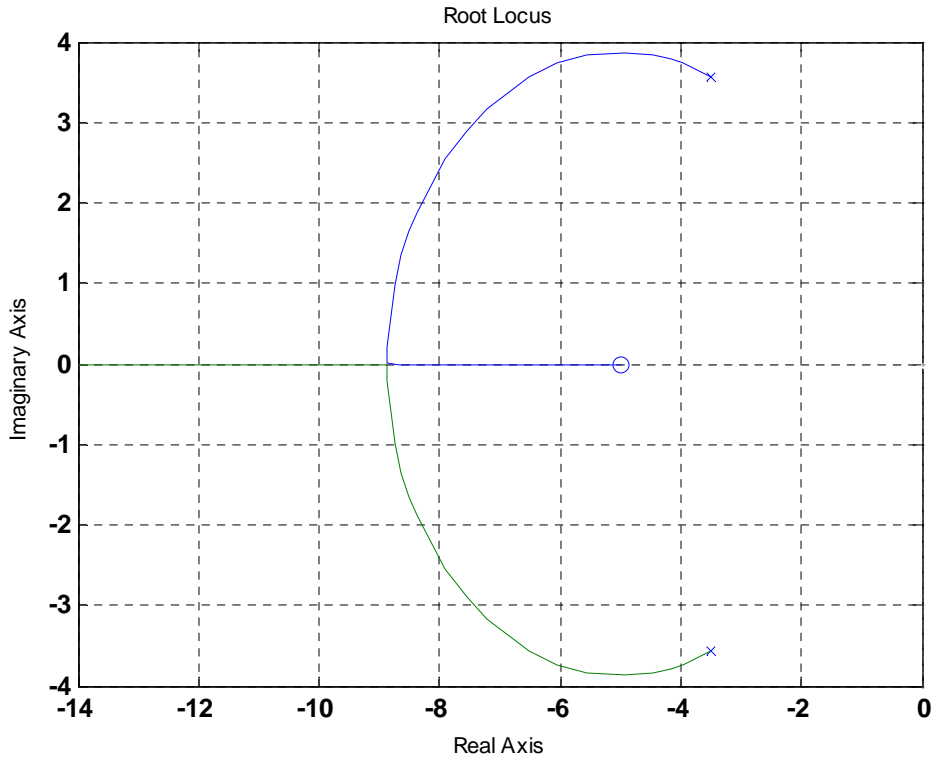
```
%MATLAB Program
%Örnek6(12)
>> num = [0 0 7];
>> den = [1 1 7];
>> t = 0:0.05:10;
>> r = 3 + t;
>> c = lsim(num, den, r, t);
>> plot(t, r, '-l', t, c, 'o')
>> grid
>> title('Response to input r(t) = 3 + t')
>> xlabel('t Sec')
>> ylabel('Output c(t) and input r(t) = 3 + t')
```



ÖRNEK13 Verilen sistemin kök-yer eğrisini çiziniz.

$$F(s) = \frac{s + 5}{s^2 + 7s + 25}$$

```
%MATLAB Program
>> %MATLAB Program
clf
num = [1 5];
den = [1 7 25];
rlocus(num, den);>> ylabel('Output c(t) and input r(t) = 3 + t')
```



LAPLACE DÖNÜŞÜMÜ

Zamana bağlı $f(t)$ fonksiyonun MATLAB komutları ile laplace dönüşümü $F=\text{laplace}(f)$ ile bulunur.

$$L[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt = F(s)$$

Örnek14: $f(t) = e^{bt} \sin(at + c)$ olarak verilmiş olsun, Sembolik MATLAB komutları ile $f(t)$ nin Laplace dönüşümünü bulunuz.

ÇÖZÜM:

```
>> syms s t a b c; F=laplace(exp(b*t)*sin(a*t+c))
```

```
F=cos(c)*a/((s-b)^2+a^2)+sin(c)*(s-b)/((s-b)^2+a^2)
```

$$F(s) = \frac{a \cos(c)}{((s-b)^2 + a^2)} + \frac{(s-b) \sin(c)}{((s-b)^2 + a^2)}$$

Ters Laplace Dönüşümü: $f(t)=\text{ilaplace}(F)$

Örnek:15

$$F(s) = \frac{1}{(s-1)} \Rightarrow f(t) = ?$$

```
syms s t w x y
```

```
ilaplace(1/(s-1))    exp(t)
```

$$f(t) = e^t$$

Örnek:16

$$F(s) = \frac{1}{t^2 + 1} \Rightarrow f(t) = ?$$

```
syms s t w x y
```

```
ilaplace(1/(t^2+1))    sin(x)
```

$$f(t) = \sin(x)$$

Örnek:17

$$f(t) = \sin(wt) \Rightarrow F(s) = ?$$

```
>>syms w t
```

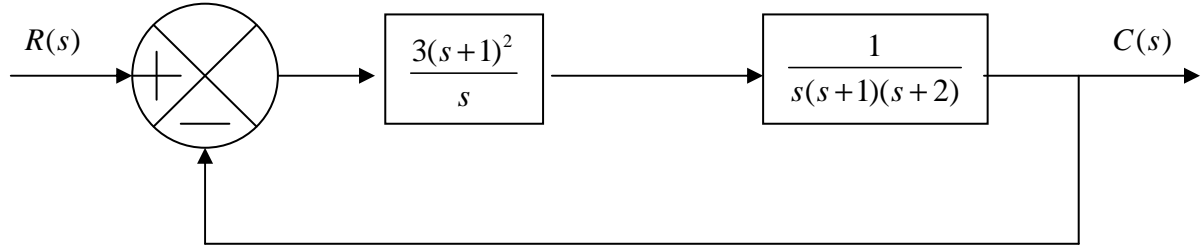
```
>> laplace(sin(w*t))
```

```
ans = w/(s^2+w^2)
```

$$F(s) = \frac{w}{s^2 + w^2}$$

ÖRNEK 18 :

Aşağıda kontrol şeması çizilmiş olan sistemin, birim basamak yanıtını MATLAB programında inceleyiniz. (Unit-step response)



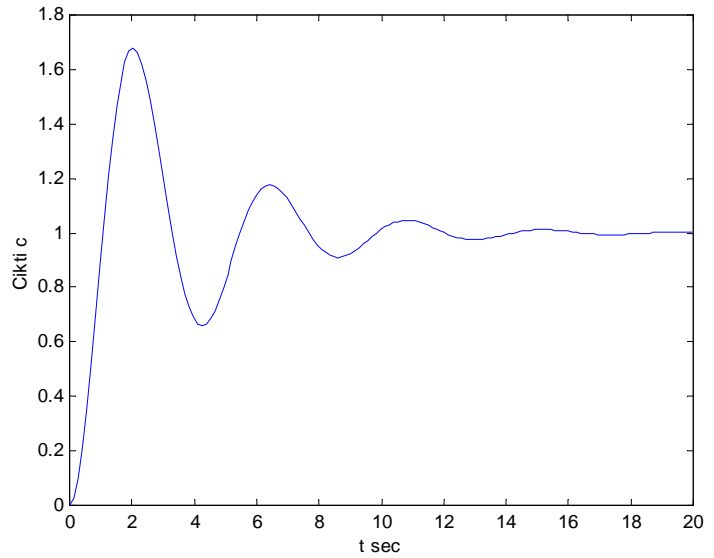
Bu kapalı sistemin transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\left(\frac{3(s+1)^2}{s}\right)\left(\frac{1}{s(s+1)(s+2)}\right)}{1 + \left(\frac{3(s+1)^2}{s}\right)\left(\frac{1}{s(s+1)(s+2)}\right)} = \frac{3s^2 + 6s + 3}{s^4 + 3s^3 + 5s^2 + 6s + 3}$$

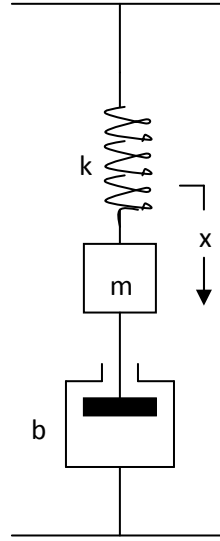
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{3s^2 + 6s + 3}{s^4 + 3s^3 + 5s^2 + 6s + 3}$$

MATLAB programında çözümü

```
EDU» pay=[0 0 3 6 3];  
EDU» % 0s4 + 0s3 + 3s2 + 6s + 3  
EDU» payda=[1 3 5 6 3];  
EDU» % 1s4 + 3s3 + 5s2 + 6s + 3  
EDU» [c,x,t]=step(pay,payda);  
EDU» plot(t,c)  
EDU» xlabel('t sec')  
EDU» ylabel('Cikti c')
```



ÖRNEK 19 :



Şekilde görülen sistemde $m=2\text{kg}$, $b=5\text{ Ns/m}$ ve $k=1.5\text{N/m}$ 'dir. $t=0$ zamanında m kütlesi $x(0)=0.1\text{m}$ kadar aşağı çekilmiş ve $t=0$ anında kütlenin hızı $x'(0)=0.8\text{m/s}$ ise kütlenin hareketini inceleyiniz.

Sistemin denklemleri: $mx'' + bx' + kx = 0$

$x(0) = 0.1\text{m}$ ve $x'(0) = 0.8\text{m/s}$ verildiğine göre denkleme Laplace dönüşümü yapılırsa:

$$m[s^2x(s) - sx(0) - x'(0)] + b[sx(s) - x(0)] + kx(s) = 0$$

$$\Rightarrow (ms^2 + bs + k)x(s) = mx(0)s + mx'(0) + bx(0)$$

$$\Rightarrow x(s) = \frac{mx(0)s + mx'(0) + bx(0)}{ms^2 + bs + k} = \frac{0.2s + 2.1}{2s^2 + 5s + 1.5}$$

Denlemin pay ve paydasını s ile çarparsak:

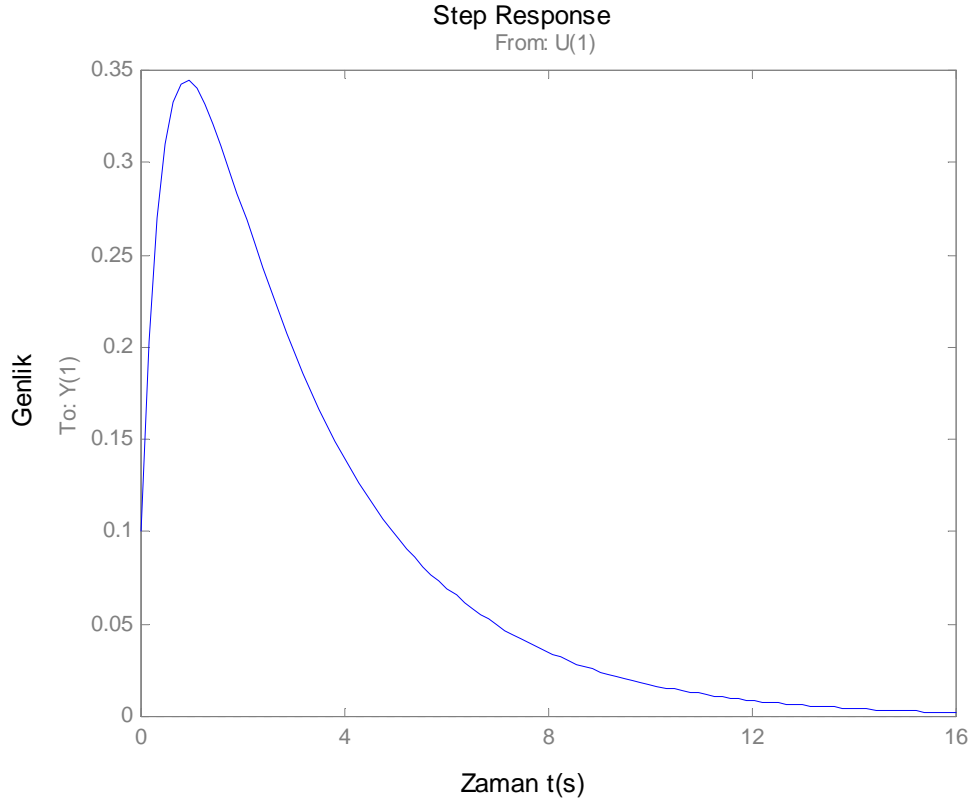
$$\Rightarrow x(s) = \frac{0.2s^2 + 2.1s}{2s^2 + 5s + 1.5} \cdot \frac{1}{s}$$

Bu denklemden sistemin transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi alınabilir:

$$\Rightarrow G(s) = \frac{0.2s^2 + 2.1s}{2s^2 + 5s + 1.5}$$

MATLAB programında çözüm

```
EDU» pay=[0.2 2.1 0];  
EDU» payda=[2 5 1.5];  
EDU» step(pay,payda)  
EDU» xlabel('Zaman t(s)')  
EDU» ylabel('Genlik')
```



ÖRNEK 20: Aşağıda verilen Diferansiyel denklemini **Laplace dönüşümü ve Matlab** ile çözünüz.

$$2\frac{d^2x}{dt^2} + 7\frac{dx}{dt} + 3x = 0 \quad x(0) = 1, \quad \dot{x}(0) = 1$$

Çözüm:

Denklemin Laplace dönüşümü alalım.

$$L[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt = F(s)$$

$$2[s^2 X(s) - sx(0) - \dot{x}(0)] + 7(sX(s) - x(0)) + 3X(s) = 0$$

Başlangıç koşullarını yerine yazıp denklemini düzenleyelim.

$$2[s^2 X(s) - s - 1] + 7(sX(s) - 1) + 3X(s) = 0$$

$$X(s) = \frac{2s + 9}{2s^2 + 7s + 3} = \frac{s + 4.5}{s^2 + 3.5s + 1.5} = \frac{s + 4.5}{(s + 0.5)(s + 3)}$$

İfadeyi kısmi kesirlere ayıralım.

$$X(s) = \frac{s + 4.5}{(s + 0.5)(s + 3)} = \frac{A}{s + 0.5} + \frac{B}{s + 3}$$

$$A = \left. \frac{s + 4.5}{(s + 3)} \right|_{s=-0.5} = \frac{4}{2.5} = \frac{8}{5}$$

$$B = \left. \frac{s + 4.5}{(s + 0.5)} \right|_{s=-3} = \frac{1.5}{-2.5} = -\frac{3}{5}$$

$$X(s) = \frac{(8/5)}{s + 0.5} + \frac{(-3/5)}{s + 3}$$

X(s) ifadesinin ters Laplace dönüşümü ile x(t) bulunur.

$$L^{-1}[X(s)] = x(t) = \frac{8}{5}e^{(-0.5t)} - \frac{3}{5}e^{(-3t)}$$

Diferansiyel denklemi **MATLAB "dsolve"** komutu ile çözelim.

>> y = dsolve('2*D2y + 7*Dy+3*y = 0','y(0) = 1','Dy(0)=1')

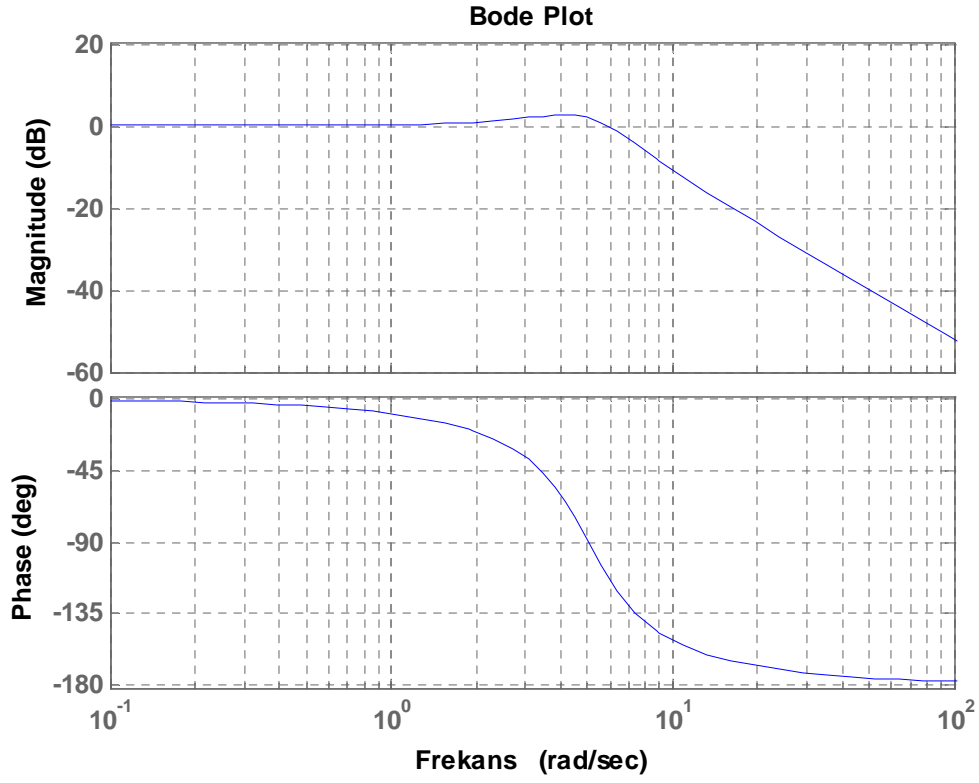
y = 8/5*exp(-1/2*t)-3/5*exp(-3*t)

ÖRNEK 21: aşağıda verilen sistemi dikkate alarak BODE eğrisini **bode(A,b,C,D)** MATLAB komutu ile çiziniz.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -25 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 25 \end{bmatrix} u \quad \text{ve} \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Çözüm:

```
%MATLAB Program 8-5 ogata BODE
A=[0 1;-25 -4];
B=[0;25];
C=[1 0];
D=[0];
bode(A,B,C,D)
grid
title('Bode Plot')
xlabel('Frekans')
```

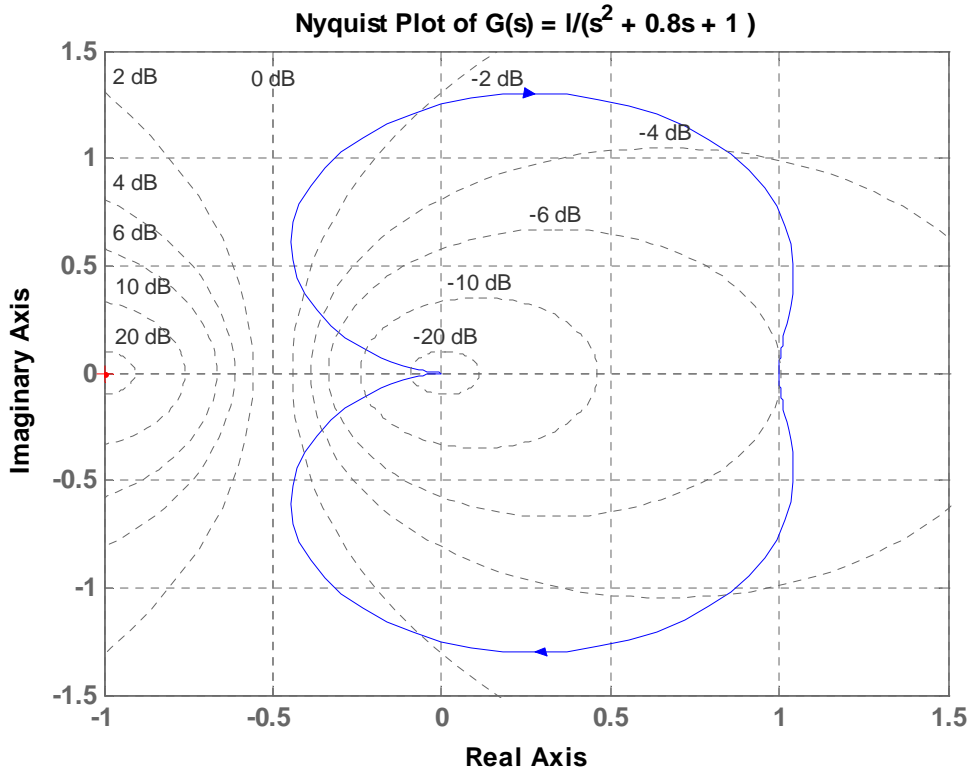


ÖRNEK 22: Aşağıdaki açık-çevrim transfer fonksiyonunu dikkate alarak **Nyquist eğrini** **nyquist(numiden)** MATLAB komutu ile çiziniz.

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 0.8s + 1}$$

Çözüm:

```
%MATLAB Program %NYQUIST OGATA 8-6
8-5 ogata BODE
num = [0 0 1];
den = [1 0.8 1 ];
nyquist(num,den)
grid
title('Nyquist Plot of G(s) = 1/(s^2 + 0.8s + 1)')
```



ÖRNEK 23: A) Aşağıdaki açık-çevrim transfer fonksiyonunu dikkate alarak kök-yer eğrisini MATLAB komutu ile çiziniz.

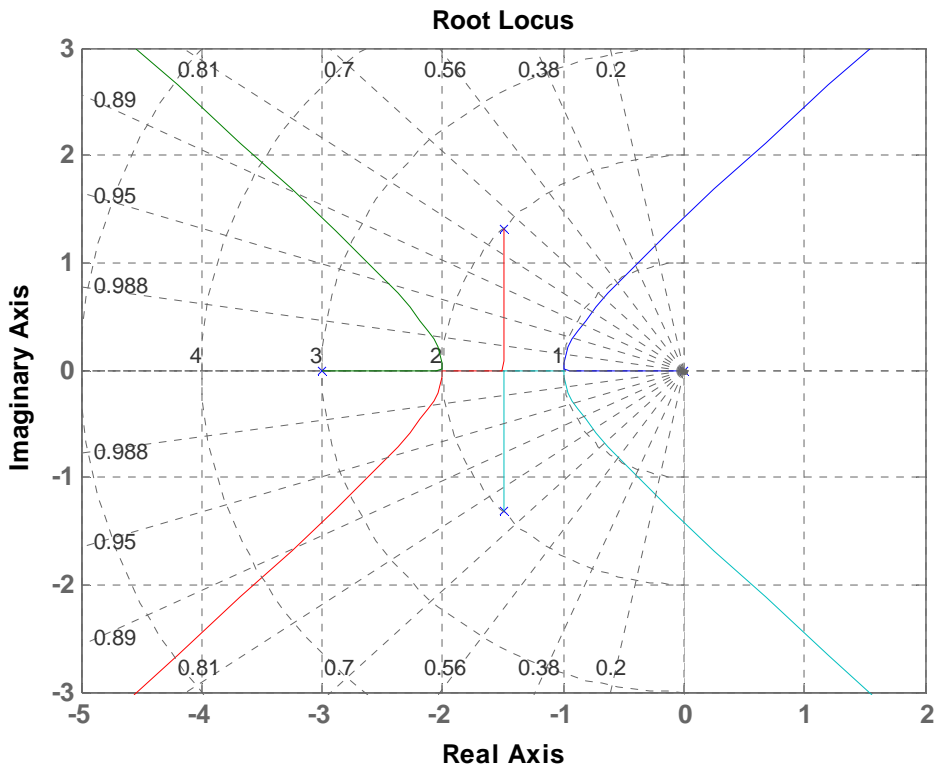
B) $K=1.65$ değeri için kontrol sisteminin birim-basamak cevabının zamana bağlı değişimini çiziniz.

$$G(s) = \frac{10}{s(s+3)(s^2 + 2s + 4)}$$

ÇÖZÜM:

```
>> s=tf('s'); G=10/(s*(s+3)*(s^2+3*s+4));
```

```
rlocus(G), grid
```



```
>> K=1.65; step(feedback(G*K,1))
```

