# LİNEER DENKLEM SİSTEMLERİ

Analitik Geometri ve Çözümlü Problemler

4.Baskı

M.Özdemir, Altın Nokta Yayınevi, 2020

# Lineer Denklem Sistemi

Bir lineer denklem sistemini genel olarak,

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

şeklinde ifade ederiz. Burada, $n$ bilinmeyenli, $m$ denklemden oluşan bir denklem sistemi vardır. Bu denklem sistemini,

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

şeklinde matrislerle ifade edebiliriz.

## Tanım

Burada,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}_{m\times n} \quad ; \; X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

matrislerine, sırasıyla lineer denklem sisteminin **katsayılar matrisi**, **bilinmeyenler matrisi** ve **sabitler matrisi** denir. Buna göre, bu lineer denklem sistemini $\mathbf{AX = B}$ şeklinde de yazabiliriz. Ayrıca,

$$[A : B]$$

matrisine de **denklem sisteminin genişletilmiş katsayılar matrisi** denir.

## Tanım

Denklem sisteminin katsayılar matrisine elemanter satır operasyonları uygulanarak denklem sisteminin çözülmesi yöntemine, **Gauss-Jordan eliminasyon yöntemi** denir.

## Teorem

*A, $m \times n$ türünden bir matris olmak üzere,*

$$AX = B \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

*lineer denklem sisteminin çözümünün olması için gerek ve yeter koşul,*

$$rankA = rank\,[A : B]$$

*olmasıdır. Ayrıca,*
*i) $rankA = rank\,[A : B] = r$ ise, denklem sisteminin $n - r$ parametreye bağlı sonsuz çözümü vardır.*
*ii) $r = n$ ise denklem sisteminin tek çözümü vardır.*

## Örnek

$$\left\{\begin{array}{r} \mathbf{x+y+z=1} \\ \mathbf{x-y+2z=3} \\ \mathbf{x+3y=5} \end{array}\right.$$ **denklem sistemini çözünüz.**

## Çözüm

*a) ve b) arasındaki tek fark üçüncü denklemin sabit teriminin farklı olmasıdır. Bu durumun çözümü nasıl etkilediği, rank ile inceleyelim.* $[A \mid B]$ *genişletilmiş matrisi için*

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \end{array}\right] \xrightarrow[S_3 \to S_3 - S_1]{S_2 \to S_2 - S_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 4 \end{array}\right] \xrightarrow{S_3 \to S_3 + S_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{array}\right]$$

*elde edilir. Bu sistemi tekrar denklem sistemi şeklinde yazarsak,* $\left\{\begin{array}{r} x+y+z=1 \\ -2y+z=2 \\ 0=6 \end{array}\right.$ *olur ki,*

$0=6$ *tutarsızlığı bu denklemin çözümünün olmadığını gösterir. Diğer yandan,*
$Rank\,[A \mid B]=3$ *fakat,* $Rank\,[A]=2$*ve* $Rank\,[A \mid B] \neq Rank\,[A]$ *olduğunu da görebilirsiniz.*

## Örnek

$$\begin{cases} \mathbf{x+y+z=1} \\ \mathbf{x-y+2z=3} \\ \mathbf{x+3y=-1} \end{cases}$$ **denklem sistemini çözünüz.**

## Çözüm

**b)** *Bu kez,* $[A \mid B]$ *matrisinin eşelon formu,* $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$ *olacağından, denklem tutarlıdır ve* $Rank\,[A \mid B] = Rank\,[A] = 2$ *olur. 3 bilinmeyen olduğundan, bu kez denklemin 1 parametreye bağlı sonsuz çözümü vardır. Buna göre,* $z = t$ *denilirse,*

$$\begin{cases} x+y+t=1 \\ -2y+t=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1-t-y \\ y = \dfrac{t-2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2-\dfrac{3}{2}t \\ y = \dfrac{t}{2}-1 \end{cases}$$

*bulunur ki, çözüm kümesi :* $Ç.K. = \left\{ \left(2-\dfrac{3}{2}t, \dfrac{t}{2}-1, t\right) : t \in \mathbb{R} \right\}$ *bulunur.*

## Örnek

$$\begin{cases} \mathbf{x+y+z=1} \\ \mathbf{x-y+2z=3} \\ \mathbf{x+3y+z=5} \end{cases}$$ **denklem sistemini çözünüz.**

## Çözüm

**c)** *Bu kez,* $[A \mid B]$ *genişletimiş matrisinin eşelon formu*

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 & 5 \end{array}\right] \xrightarrow[S_3 \to S_3 - S_1]{S_2 \to S_2 - S_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \end{array}\right] \xrightarrow{S_3 \to S_3 + S_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{array}\right]$$

*şeklinde bulunur. Buradan,* $Rank\,[A \mid B] = Rank\,[A] = 3$ *olduğundan tek çözüm vardır.*

$$z = 6, -2y + z = 2 \Rightarrow y = 2 \qquad ve \qquad x + y + z = 1 \Rightarrow x = -7$$

*olur.* $(x, y, z) = (-7, 2, 6)$ *denklem sisteminin tek çözümüdür.*

## Problem

$$\begin{cases} x+2y-z=3 \\ x-y+2z=1 \\ x+5y-4z=4 \end{cases}$$ *denklem sistemini çözünüz.*

## Problem

$$\begin{cases} x+2y-z=3 \\ x-y+2z=1 \\ x+5y-4z=5 \end{cases}$$ *denklem sistemini çözünüz.*

## Problem

$$\begin{cases} x+2y-z=3 \\ x-y+2z=6 \\ x+5y-3z=3 \end{cases}$$ *denklem sistemini çözünüz.*

## Örnek

$$\begin{cases} \mathbf{x+y+z=1} \\ \mathbf{x+y+n^2z=n} \\ \mathbf{x+n^2y+z=n^2} \end{cases}$$ **denklem sisteminin çözümünü n parametresine göre irdeleyiniz.**

## Çözüm

$[A \mid B]$ *formunda yazalım.*

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & n^2 & n \\ 1 & n^2 & 1 & n^2 \end{array}\right] \xrightarrow[S_3 \to S_3 - S_1]{S_2 \to S_2 - S_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & n^2-1 & n-1 \\ 0 & n^2-1 & 0 & n^2-1 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow{S_2 \leftrightarrow S_3} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & n^2-1 & 0 & n^2-1 \\ 0 & 0 & n^2-1 & n-1 \end{array}\right]$$

*basamak formuna getirdik;*

## Çözüm

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & n^2-1 & 0 & n^2-1 \\ 0 & 0 & n^2-1 & n-1 \end{array}\right]$$

*i) $n=1$ ise;*

$$RankA = 1, \qquad Rank\left[A \mid B\right] = 1$$

*olduğundan $3-1=2$ parametreye bağlı sonsuz çözüm vardır.*
*ii) $n=-1$ ise;*

$$RankA = 1, \qquad Rank\left[A \mid B\right] = 2$$

*olduğundan $RankA \neq Rank[A \mid B]$ olduğundan çözüm yoktur.*
*iii) $n \neq \pm 1$ ise;*

$$RankA = Rank\left[A \mid B\right] = 3$$

*olduğundan tek çözüm vardır.*

## Örnek

$$\left\{\begin{array}{l} \mathbf{kx+y+z=1} \\ \mathbf{x+ky+z=1} \\ \mathbf{x+y+kz=1} \end{array}\right.$$ **denklem sisteminin çözümünü k'ya göre irdeleyiniz.**

## Çözüm

*Denklemleri ters sırada düşünerek* $[A \mid B]$ *formunda yazalım.*

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & k & 1 \\ 1 & k & 1 & 1 \\ k & 1 & 1 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow[S_3 \to S_3 - kS_1]{S_2 \to S_2 - S_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & k & 1 \\ 0 & k-1 & 1-k & 0 \\ 0 & 1-k & 1-k^2 & 1-k \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow{S_2 \to S_3 + S_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & k-1 & 1-k & 0 \\ 0 & 0 & -(k+2)(k-1) & 1-k \end{array}\right]$$

*biçiminde, genelleştirilmiş katsayılar matrisini eşelon forma getirdik;*

## Çözüm

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & k-1 & 1-k & 0 \\ 0 & 0 & -(k+2)(k-1) & 1-k \end{array}\right]$$

*i) $k=1$ ise;*

$$Rank\,[A]=1,\quad Rank\,[A \mid B]=1$$

*olduğundan $3-1=2$ parametreye bağlı sonsuz çözüm vardır.*
*ii) $k=-2$ ise;*

$$Rank\,[A]=2,\quad Rank\,[A \mid B]=3$$

*olduğundan $Rank\,[A] \neq Rank\,[A \mid B]$ olduğundan çözüm yoktur.*
*iii) $k \neq 1$ ve $k \neq -2$ ise;*

$$RankA=3,\quad Rank\,[A \mid B]=3$$

*olduğundan tek çözüm vardır.*

## Problem

$$\begin{cases} x - ky - kz = 3 \\ x + 2y + 2z = k + 2 \\ 2x + 4y + k^2 z = 3k + 6 \end{cases}$$

*denklem sisteminin çözümünü $k$'ya göre irdeleyiniz.*

## Problem

$$\begin{cases} kx + y = 1 \\ x + ky = 1 \\ y + kz = 1 \end{cases}$$ *denklem sisteminin hangi* $k$ *değerleri için çözümü yoktur?*

## Problem

$\begin{cases} x+2y+z=a \\ x-y+2z=b \\ x-7y+4z=c \end{cases}$ *denklem sisteminin çözümünün olması için* $a, b, c$ *arasında nasıl bir bağıntı olmalıdır? Bu denklemin kaç çözümü olabilir.*

# Homojen Denklem Sistemi

## Tanım

İkinci yanı sıfır olan,

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = 0 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases}$$

biçimindeki lineer denklem sistemine lineer **homojen denklem sistemi** denir. Homojen denklem sistemini $AX = 0$ olarak yazabiliriz. Bu tür homojen denklem sistemleri için,

$$x_1 = x_2 = \cdots = x_n = 0$$

değerlerinin bir çözüm olduğu aşikardır. Bu çözüme **aşikar çözüm** denir.

## Teorem

*A, $m \times n$ türünde bir matris olmak üzere,*

$$AX = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

*biçimindeki $n$ bilinmeyenli homojen lineer denklem sistemi için, $Rank\,(A) = r$ olmak üzere,*
*i) $r = n$ ise, sistemin tek çözümü aşikar çözümdür. Yani, tüm bilinmeyenler 0'dır.*
*ii) $r < n$ ise denklemin $n - r$ parametreye bağlı sonsuz çözümü vardır.*

## Örnek

$$\left\{\begin{array}{r} \mathbf{x+y+z=0} \\ \mathbf{3x-y+z=0} \\ \mathbf{x+y+2z=0} \end{array}\right.$$ **denklem sisteminin çözümünü bulunuz.**

## Çözüm

*Bilinmeyen sayısı* $n=3$*'tür. Rank*$(A)$*'yı bulalım.*

$$[A \mid B] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow[]{\substack{S_2 \to S_2 - 3S_1 \\ S_3 \to S_3 - S_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

*olduğundan,*

$$Rank\ (A) = 3$$

*olduğundan, bu denklemin tek çözümü* $(0,0,0)$*'dır.*

## Örnek

$$\begin{cases} \mathbf{x - y + z = 0} \\ \mathbf{3x - y + z = 0} \\ \mathbf{x + y - z = 0} \end{cases}$$ **denklem sisteminin çözümünü bulunuz.**

## Çözüm

*Bilinmeyen sayısı* $n = 3$*'tür. Rank*$(A)$*'yı bulalım.*

$$[A \mid B] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow[S_3 \to S_3 - S_1]{S_2 \to S_2 - 3S_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix} \xrightarrow{S_3 \to S_3 - S_2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

*olduğundan, Rank*$(A) = 2$*'dir. O halde, bu denklemin* $n - r = 3 - 2 = 1$ *parametreye bağlı sonsuz çözümü vardır.* $z = t$ *diyelim. Son matrise göre,* $2y - 2z = 0 \Rightarrow y = t$ *ve* $x - y + t = 0 \Rightarrow x = 0$ *elde edilir. Buna göre,*

$$Ç.K. = \{(0, t, t) : t \in \mathbb{R}\}$$

*elde edilir.*

## Örnek

$$\begin{cases} \mathbf{x-y+2z=0} \\ \mathbf{x+y-z=0} \\ \mathbf{x-3y+kz=0} \end{cases}$$ **denklem sisteminin sonsuz çözümü olduğuna göre k =?**

## Çözüm

*Bilinmeyen sayısı* $n=3$*'tür. Tek çözüm olması için,* $Rank(A)=3$ *olmalıdır.* $[A \mid B]$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & k \end{bmatrix} \xrightarrow[S_3 \to S_3 - S_1]{S_2 \to S_2 - S_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -3 \\ 0 & -2 & k-2 \end{bmatrix} \xrightarrow{S_3 \to S_3 + S_2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & k-5 \end{bmatrix}$$

*olduğundan, bu sistemin tek çözümün olması için* $k \neq 5$ *olmalıdır.* $k=5$ *olursa,*

$$Rank\,(A)=2$$

*olacağından sonsuz çözüm olur.*

## Teorem

*$A$, $n \times n$ türünden bir matris olmak üzere, $AX = 0$ biçimindeki $n$ bilinmeyenli homojen lineer denklem sistemi için, $\det A \neq 0$ ise, $A^{-1}$ vardır. Buna göre, $X = A^{-1}0 = 0$ denklemin tek çözümüdür.*

## Örnek

$$\left\{\begin{aligned} \mathbf{x - y + 2z = 0} \\ \mathbf{x + y - z = 0} \\ \mathbf{x - 3y + kz = 0} \end{aligned}\right.$$ **denklem sisteminin sonsuz çözümü olduğuna göre $\mathbf{k = ?}$**

## Çözüm

$\det A \neq 0$ *olursa, denklemin bir tek çözümü olur. Homojen bir denklem sisteminde,* $\det A = 0$ *olursa, sonsuz çözüm olacağından,*

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & k \end{vmatrix} = 2k - 10 = 0$$

*eşitliğinden, $k = 5$ bulunur.*

## Örnek

$$\begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ x + y - z = 0 \\ 3x - y + 3z = 0 \\ 2x + 4y - 5z = 0 \end{cases}$$ **denklem sistemini çözünüz.**

## Çözüm

*Bilinmeyen sayısı $n = 3$'tür. Rank$(A)$'yı bulalım. $[A \mid B]$ matrisinin eşelon formu*

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -5 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{S_2 \to S_2 - S_1 \\ S_3 \to S_3 - 3S_1 \\ S_4 \to S_4 - 2S_1}]{} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 0 & 2 & -3 \\ 0 & 6 & -9 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{S_3 \to S_3 - S_2 \\ S_3 \to S_4 - 3S_2}]{} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

*olduğundan, Rank$(A) = 2$'dir. O halde, bu denklemin $n - r = 3 - 2 = 1$ parametreye bağlı sonsuz çözümü vardır. $z = t$ diyelim. Son matrise göre, $2y - 3z = 0 \Rightarrow y = 3t/2$ ve $x - y + 2t = 0 \Rightarrow x = -t/2$ elde edilir. Buna göre, Ç.K. $= \{(-t/2, 3t/2, t) : t \in \mathbb{R}\}$ elde edilir.*

## Problem

$$\begin{cases} x+2y+z=0 \\ x-y+2z=0 \\ x-7y+4z=0 \end{cases}$$ *denklem sistemini çözünüz.*

## Problem

$$\begin{cases} 2x + 2y + z = 0 \\ 3x - y + 2z = 0 \\ \;\; x - y + 4z = 0 \end{cases}$$ *denklem sistemini çözünüz.*

## Problem

$$\begin{cases} 2x+y+z=0 \\ 3x+2y+kz=0 \\ x-y+2z=0 \end{cases}$$ *denklem sisteminin 1'den fazla çözüme sahip olması için k kaç olmalıdır?*

## Problem

$$\begin{cases} 2x + y + z + w = 0 \\ x + 2y + kz = 0 \\ x - y + 2z + w = 0 \\ y + z + w = 0 \end{cases}$$

*denklem sisteminin sonsuz çözüme sahip olması için $k$ kaç olmalıdır?*

## Problem

$$\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ x - y + 3z = 0 \end{cases}$$ *denklem sistemini çözünüz.*

# Katsayılar Matrisinin Tersini Kullanarak Denklem Sisteminin Çözülmesi

$x_1, x_2, ..., x_n$ bilinmeyenli, $n$ lineer denklemin oluşturduğu $AX = B$ formunda bir lineer denklem sistemi verilsin. Bu durumda, $A$ matrisi $n \times n$ türünde bir kare matris olacaktır. Eğer, $\det A \neq 0$ ise, $A$ matrisinin tersinden söz edebiliriz. Bu durumda,

$$AX = B$$

eşitliği soldan $A^{-1}$ ile çarpılırsa,

$$\left(A^{-1}A\right) X = A^{-1}B \Rightarrow X = A^{-1}B$$

eşitliğinden, $x_1, x_2, ..., x_n$ bilinmeyenleri belirlenebilir.

Diğer yandan, $\det A = 0$ ise, sistemin ya çözümü yoktur, ya da sonsuz çözümü vardır.

$$\triangle_k$$

$A$ matrisinin $k - \imath nc\imath$ kolonunun $B$ sütun matrisiyle değiştirilmesiyle elde edilen matrisin determinantını göstermek üzere

**i)** $\triangle_1, \triangle_2, ..., \triangle_n$ determinantlarının en az biri sıfırdan farklı ise, sistemin çözümü yoktur. Çünkü, bu durumda, $rankA < n$ iken $rank\,[A : B] = n$ olur.

**ii)** $\triangle_1 = \triangle_2 = \cdots = \triangle_n = 0$ ve

$$rankA = rank\,[A : B] = r < n$$

ise, sistemin sonsuz çözümü vardır.

## Örnek

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x-y+2z=3 \\ x+2y=2 \end{cases}$$ **denklem sistemini, katsayılar matrisinin tersini kullanarak çözünüz.**

## Çözüm

*Sistemi $AX = B$ formunda yazalım.*

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

*eşitliğinde,* $\det A = 1$ *olduğundan, $A$ katsayılar matrisinin tersi vardır.*

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow[S_3 \to S_3 - S_1]{S_2 \to S_2 - S_1} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

## Çözüm

$$\left[\begin{array}{rrr|rrr} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow[\substack{S_2 \to S_2 + S_3 \\ S_1 \to S_1 + S_3}]{} \left[\begin{array}{rrr|rrr} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow[\substack{S_1 \to S_1 + 2S_2 \\ S_3 \to S_3 + S_2}]{} \left[\begin{array}{rrr|rrr} 1 & 0 & 0 & -4 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -3 & 1 & 2 \end{array}\right]$$

*Buradan,*

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -1 \\ 3 & -1 & -2 \end{bmatrix} \quad ve \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -1 \\ 3 & -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -3 \\ -4 \end{bmatrix}$$

*eşitliğinden, elde edilir. Yani,* $x = 8$, $y = -3$ *ve* $z = -4$ *bulunur.*

## Problem

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = 2 \\ x - y + 2z = 3 \end{cases}$$ *denklem sisteminin katsayılar matrisinin tersini bulunuz ve tersini kullanarak sistemi çözünüz.*

# Cramer Kuralı

## Teorem

$x_1, x_2, ..., x_n$ *bilinmeyenli, n lineer denklem*

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + ... + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned}$$

*olarak veriliyor. Bu sistemi de* $AX = B$ *formunda yazabiliriz.* $A = [a_{ij}]_{n\times n}$ *bir karesel matristir. Eğer,* $\triangle = \det [a_{ij}]_{n\times n} \neq 0$ *ise, bu sistemin tek çözümü vardır. Ayrıca,* $\triangle_k$, $[a_{ij}]_{n\times n}$ *matrisinin* $k-\imath nc\imath$ *kolonunun* $[b_i]_n$ *sütunuyla değiştirilmesiyle elde edilen matrisin determinantını göstermek üzere,*

$$x_k = \frac{\triangle_k}{\triangle} \quad (k = 1, 2, ..., n)$$

*eşitliği sağlanır.*

## Kanıt.

$A = [a_{ij}]_{n\times n}$ olmak üzere, $\det A \neq 0$ olduğunu kabul edelim. Bu durumda $A^{-1}$ vardır ve $A^{-1} = \dfrac{A^*}{\triangle}$ ile bulunabilir. Buna göre sistemin tek çözümü,

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \frac{1}{\triangle} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \frac{1}{\triangle} \begin{bmatrix} \triangle_1 \\ \triangle_2 \\ \vdots \\ \triangle_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \triangle_1 / \triangle \\ \triangle_2 / \triangle \\ \vdots \\ \triangle_n / \triangle \end{bmatrix}.$$

elde edilir. □

## Örnek

$$\begin{cases} x + 2y + z = 2 \\ x - 2y + w = 1 \\ x - y + w = 2 \\ y - z + 2w = 1 \end{cases}$$ **denklem sistemine göre, $y = ?$**

## Çözüm

*$y$ değerini $y = \triangle_2 / \triangle$ ile bulabiliriz. Buna göre,*

$$\triangle = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 1\,(-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} - 1\,(-1)^7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 2 - 1 = 1$$

*bulunur.*

## Çözüm

*Diğer yandan,*

$$\triangle_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 1\,(-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} - 1\,(-1)^7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 1 = 1$$

*olduğundan,* $y = 1/1 = 1$ *bulunur. Siz de, aynı yöntemle,*

$$z = -6, \quad x = 6 \quad ve \quad w = -3$$

*olduğunu görünüz.*

## Problem

$$\begin{cases} x+y+2z=1 \\ 3x+2y+z=2 \\ x-y+2z=3 \end{cases}$$ *denklem sistemini Cramer kuralıyla çözünüz.*

## Problem

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x-2y+w=1 \\ x-y+z=0 \\ y-z+2w=1 \end{cases}$$ *denklem sistemine göre, $y$ kaçtır?*

## Problem

$$\begin{cases} x+y=1 \\ x+z=2 \\ x+w=3 \\ x+t=4 \\ x+y+z+w+t=5 \end{cases}$$

*denklem sisteminde $x$'in değerini Cramer kuralını kullanarak bulunuz.*

## Problem

$$\begin{cases} \mathbf{x - y + 2z = m} \\ \mathbf{x + ky - z = 1} \\ \mathbf{2x - y + 3z = 2} \end{cases}$$ **denklem sisteminin sonsuz çözümü olduğuna göre, $\mathbf{k + m = ?}$**

## Çözüm

**3 denklem ve 3 bilinmeyenden oluşan bu denklemin sonsuz çözümünün olması için,**

$$Rank\,[A \mid B] = Rank\,[A] < 3$$

*olması gerekir. Bunun için,* $\triangle = \det A = 0$ *ve* $\triangle_1, \triangle_2, \triangle_3$ *determinantları da sıfır olmalıdır. Buna göre,* $\triangle = 0$ *ve* $\triangle_2 = 0$ *eşitliğinden,*

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & k & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 2 - k = 0 \Rightarrow k = 2, \quad \begin{vmatrix} 1 & m & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 5 - 5m = 0 \Rightarrow m = 1$$

*velde edilir. Yanıt,* $k + m = 3$ *olur.*

## Problem

$$\begin{cases} \mathsf{x} + 2\mathsf{y} + 3\mathsf{z} = \mathsf{a} \\ 3\mathsf{x} + 2\mathsf{y} + \mathsf{z} = \mathsf{b} \\ -\mathsf{x} + \mathsf{z} = \mathsf{c} \end{cases}$$ **denklem sisteminin çözümünün olması için a, b, c arasındaki bağıntıyı bulunuz.**

## Çözüm

**1. Yol.** *Denklem sistemini matris formunda yazıp, eşelon forma getirelim.*

$$\left[\begin{array}{rrr|c} 1 & 2 & 3 & a \\ 3 & 2 & 1 & b \\ -1 & 0 & 1 & c \end{array}\right] \xrightarrow[S_2 \to (S_2 + S_1)/2]{S_2 \to (S_2 - 3S_1)/4} \left[\begin{array}{rrr|c} 1 & 2 & 3 & a \\ 0 & -1 & -2 & (b-3a)/4 \\ 0 & 1 & 2 & (c+a)/2 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow{S_3 \to S_2 + S_2} \left[\begin{array}{rrr|c} 1 & 2 & 3 & a \\ 0 & -1 & -2 & (b-3a)/4 \\ 0 & 0 & 0 & (c+a)/2 + (b-3a)/4 \end{array}\right]$$

*elde edilir.* $Rank(A) = 2$ *olduğundan,* $Rank[A \mid B] = 2$ *olmalıdır. Bunun için,*
$(c+a)/2 + (b-3a)/4 = 0 \Rightarrow b - a + 2c = 0$ *olmalıdır.*

## Çözüm

**2. Yol :** *$Ax = B$ denklem sisteminde,*

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

*olduğundan, sistemin çözümünün olması için $\triangle_1, \triangle_2, \triangle_3$ determinantları da sıfır olmalıdır. Buna göre, $\triangle_3 = 0$ eşitliğinden,*

$$\triangle_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & a \\ 3 & 2 & b \\ -2 & 0 & c \end{vmatrix} = 4a - 4b - 4c \Rightarrow a - b - c = 0$$

*elde edilir. ($\triangle_3$, $A$ katsayılar matrisinde $z$'nin katsayılarının yerine $B$ matrisinin yazılmasıyla elde edilen matrisin determinantını ifade ettiğini hatırlayınız.)*

## Problem

$$\begin{cases} \mathbf{x+y+z+w=5} \\ \mathbf{x+2y+3w=5} \\ \mathbf{2y-z=5} \\ \mathbf{x+5y-8z+4w=5} \end{cases}$$ **denklem sisteminde, Cramer kuralını kullanarak sadece y'nin kaç olduğunu bulunuz.** $\left(x_i = \dfrac{\triangle_i}{\det A}\right)$.

## Çözüm

*$AX = B$ sisteminde, öncelikle $\triangle = \det A$ değerini bulalım.*

$$\triangle = \det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & -8 & 4 \end{vmatrix} \begin{array}{c} S_2 \to S_2 - S_1 \\ \\ S_4 \to S_4 - S_1 \end{array} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & -9 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & -9 & 3 \end{vmatrix} = -25$$

*olur.*

## Çözüm

*Diğer yandan,* $y = \dfrac{\triangle_2}{\det A} = \dfrac{\triangle_2}{-25}$ *olduğundan* $\triangle_2$ *determinantını bulmalıyız.*

$$\triangle_2 = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & -8 & 4 \end{vmatrix} \; K_2 \to K_2 - 5K_1 \; \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -8 & 4 \end{vmatrix}$$

*olduğundan, ikinci kolona göre determinat açılımı yaparsak,*

$$\triangle_2 = 5 \cdot (-1)^5 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & -8 & 4 \end{vmatrix} = -5 \cdot 15 = -75$$

*elde edilir. O halde,* $y = \dfrac{-75}{-25} = 3$ *olur.*

## Problem

$$\begin{cases} 2mx + y + z = 2 \\ x + 2my + z = 4m \\ x + y + 2mz = 2m^2 \end{cases}$$ **denklem sisteminin a) çözümü yoksa m kaçtır? b) sonsuz çözümü varsa m kaçtır? c) tek çözümü varsa m kaçtır?**

## Çözüm

*Denklem sistemini matris formunda yazalım.*

$$\left[\begin{array}{rrr|r} 2m & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2m & 1 & 4m \\ 1 & 1 & 2m & 2m^2 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{rrr|r} 1 & 2m & 1 & 4m \\ 1 & 1 & 2m & 2m^2 \\ 2m & 1 & 1 & 2 \end{array}\right].$$

*Burada,* $S_2 \to S_2 - S_1$ *ve* $S_3 \to S_3 - 2mS_1$ *elemanter satır operasyonları yapılırsa,*

$$\left[\begin{array}{lrr|r} 1 & 2m & 1 & 4m \\ 0 & 1-2m & 2m-1 & 2m^2-4m \\ 0 & 1-4m^2 & 1-2m & 2-8m^2 \end{array}\right]$$

*elde edilir.*

## Çözüm

**i)** $m = \dfrac{1}{2}$ *olursa,* $\left[\begin{array}{ccc|r} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -3/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$ *olduğundan, çözüm yoktur.*

*Şimdi,* $m \neq 1/2$ *kabul edelim. Bu durumda,*

$$\left[\begin{array}{ccr|r} 1 & 2m & 1 & 4m \\ 0 & 1 & -1 & 2m\left(m-4\right)/\left(1-2m\right) \\ 0 & 1+2m & 1 & 2\left(1+2m\right) \end{array}\right]$$

*olur.* $S_3 \to S_3 - \left(1+2m\right)S_2$ *işlemi yapılırsa,*

$$\left[\begin{array}{ccr|r} 1 & 2m & 1 & 4m \\ 0 & 1 & -1 & 2m\left(m-4\right)/\left(1-2m\right) \\ 0 & 0 & 2\left(1+m\right) & 2\left(1+2m\right)\left(1-m^2\right)/\left(1-2m\right) \end{array}\right]$$

*elde edilir.*

## Çözüm

**ii)** *$m=-1$ olursa,* $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$ *olduğundan, $3-2=1$ parametreye bağlı sonsuz çözüm elde edilir. Bu durumda çözüm, $z=t$, $y=t+2$ ve $x=t$ olacaktır.*

**iii)** *Son olarak, $m\neq -1$ ve $m\neq \frac{1}{2}$ olursa tek çözüm olacaktır.*

$$\left[\begin{array}{ccc|r} 1 & 2m & 1 & 4m \\ 0 & 1 & -1 & 2m\,(m-4)\,/\,(1-2m) \\ 0 & 0 & 1 & (1+2m)\,(1-m)\,/\,(1-2m) \end{array}\right]$$

*matrisinden,*

$$x=\frac{m-1}{1-2m},\quad y=\frac{1-3m}{1-2m}\quad ve\quad z=\frac{(1+2m)\,(1-m)}{1-2m}$$

*bulunur.*

## SORU

$$\begin{cases} y+2z=3 \\ -2x+y+z=3 \\ x+y+2z=1 \end{cases}$$ denklem sisteminin kaç çözümü vardır?

**A)** 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** Çözüm Yok **E)** Sonsuz Çözüm

## SORU

$$\begin{cases} x + 2y + z = 2 \\ -2x + y + z = 3 \\ x - 8y - 5z = 1 \end{cases}$$ denklem sisteminin kaç çözümü vardır?

**A)** 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** Çözüm Yok **E)** Sonsuz Çözüm

## SORU

$\begin{cases} x+y=3 \\ mx+my=k \end{cases}$ denklem sistemiyle ilgili aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

I. Bu sistemin daima sonsuz çözümü vardır.

II. Bu sistemin sadece $k=3m$ durumunda sonsuz çözümü vardır.

III. $k=3$ için sistemin çözümü yoktur.

IV. $m=3$ için sistemin çözümünün olabilmesi için, $k=9$ olmalıdır.

V. $m=2$ ve $k=2$ için sistemin bir tek çözümü vardır.

**A)** 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

## SORU

$$\begin{cases} \quad y+z=3 \\ x+y+z=4 \end{cases}$$ denklem sisteminin çözüm kümesi hangisidir?

**A)** $\{(1,2,1)\}$ **B)** $\{(x,y,z)=(1,3-t,t)\,,\ t\in\mathbb{R}\}$ **C)** Çözüm Yok

**D)** $\{(x,y,z)=(t,3-t,1)\,,\ t\in\mathbb{R}\}$ **E)** $\{(x,y,z)=(t,3,0)\,,\ t\in\mathbb{R}\}$

## SORU

$$\begin{cases} x+2y+z=3 \\ x+3y+4z=4 \\ x+4y+7z=5 \end{cases}$$ denklem sistemi aşağıdakilerden hangisine denktir?

**A)** $\begin{cases} x+2y+z=3 \\ x+y+3z=1 \\ x+4y+7z=3 \end{cases}$ **B)** $\begin{cases} x+2y+z=3 \\ y+3z=1 \\ z=0 \end{cases}$ **C)** $\begin{cases} x+2y+z=3 \\ y+3z=1 \end{cases}$

**D)** $\begin{cases} x+2y+z=3 \\ y+3z=1 \\ x+2y+6z=3 \end{cases}$ **E)** $\begin{cases} x+2y+z=3 \\ y+3z=1 \\ z=1 \end{cases}$

## SORU

$$\begin{cases} y + 2z = 3 \\ -2x + y + z = 3 \\ 2x + y + 3z = 3 \end{cases}$$ denklem sisteminin kaç çözümü vardır?

**A)** 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** Çözüm Yok **E)** Sonsuz Çözüm

## SORU

$$\begin{cases} x + 2y + z = 2 \\ kx + y + z = 3 \\ -x + y = m \end{cases}$$ denkleminin sonsuz çözümünün olması için $k + m = ?$

**A)** 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

## SORU

$$\begin{cases} x+2y+z=1 \\ kx+y-z=5 \\ x-3y-3z=r \\ 2x-y+mz=s \end{cases}$$ sisteminin sonsuz çözümü varsa $k+m+r+s=?$

**A)** 10 **B)** 12 **C)** 8 **D)** 9 **E)** 7

## SORU

$$\begin{cases} 3x + 2y + 2z = 0 \\ mx - y + 3z = 0 \\ x + 2z = 0 \end{cases}$$

homojen denkleminin sonsuz çözümü olması için $m$ kaç olmalıdır.

**A)** $1/2$ **B)** $1/3$ **C)** $1/4$ **D)** $-1/3$ **E)** $-1/2$

## SORU

$$\begin{cases} x+2y+z=3 \\ 2x-2y+z=1 \\ 2x+y+z=5 \end{cases}$$ denklem sistemine göre, $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \end{vmatrix}$ determinantının, $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ determinantına oranı hangisine eşittir?

**A)** $x$ **B)** $y$ **C)** $z$ **D)** $x+y$ **E)** Hiçbiri

## SORU

$AX = B$ formundaki bir lineer denklem sisteminde, $[A : B]$ genelleştirilmiş katsayılar matrisi

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & m & m & m^2 - m \\ 0 & 0 & m^2 + m & m+1 \end{array}\right]$$

matrisine denktir. Bu sistemin 1 parametreye bağlı sonsuz çözümü olduğuna göre, $m$ kaçtır?

**A)** 0 **B)** 1 **C)** $-1$ **D)** 2 **E)** Hiçbiri

## SORU

$AX = B$ formundaki bir lineer denklem sisteminde, $[A : B]$ matrisi elemanter satır operasyonlarıyla eşelon forma getiriliyor ve

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & m & m & m^2 - m \\ 0 & 0 & m^2 - m & m \end{array}\right]$$

matrisi elde ediliyor. Buna göre aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

I) $m = 0$ için, sistemin 1 parametreye bağlı sonsuz çözümü vardır.

II) $m = 1$ için, sistemin 1 parametreye bağlı sonsuz çözümü vardır.

III) $m = 1$ için çözüm yoktur.

IV) $m = 0$ ve $m = 1$ için sonsuz çözüm vardır.

V) $m \neq 0$ için sistemin bir tek çözümü vardır.

**A)** 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

## SORU

$x, y, z$ bilinmeyenlerine göre sırasıyla $AX = B$ formunda yazılan bir lineer denklem sisteminde, $[A : B]$ genelleştirilmiş katsayılar matrisi

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & m & 1 & m^2+1 \\ 0 & 0 & m^2-3 & m+1 \end{array}\right]$$

matrisine denk olduğuna göre, $m = 2$ için $y = ?$

**A)** Çözüm yok **B)** 1 **C)** $-1$ **D)** 0 **E)** 2

## SORU

$$\begin{cases} mx + y + z = m + 1 \\ x + my + z = 0 \\ x + y + mz = 1 \end{cases}$$ denklem sistemi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $m = 0$ için, sistemin 1 parametreye bağlı sonsuz çözümü vardır.

B) $m = -2$ için, sistemin çözümü yoktur.

C) $m = 1$ için çözüm yoktur.

D) $m = -2$ ve $m = 1$ için sistemin çözümü yoktur.

E) $m \neq 1$ için sistemin bir tek çözümü vardır.

## SORU

$$\begin{cases} ax+by=1 \\ ax+y=b \\ x+by=a \end{cases}$$ denklem sistemi için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $a=b=1$ ise sonsuz çözüm vardır.

B) $a=1$ ve $b\neq 1$ ise sistemin daima bir tek çözümü vardır.

C) $a=0$ ve $b\neq \pm 1$ ise çözüm yoktur.

D) $b=0$ ise çözüm yoktur.

E) Hiçbiri

# KAYNAK

Mustafa Özdemir, Analitik Geometri ve Çözümlü Problemler, Altın Nokta Yayınları, 4. Baskı, İzmir, 2019.