



AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ  
MATEMATİK BÖLÜMÜ  
BİTİRME ÖDEVİ  
ARASINAV SORULARI

ADI SOYADI : .....

NO : .....

A A A A A A A

**SINAV TARİHİ VE SAATİ :**

Bu sınav 20 sorudan oluşmaktadır ve sınav süresi 25 dakikadır.

**SINAVLA İLGİLİ UYULACAK KURALLAR**

1. Cevap kağıdınıza soru kitapçığınızın türünü işaretlemeyi unutmayınız.
2. Her soru eşit değerde olup, puanlama yapılırken doğru cevaplarınızın sayısından yanlış cevaplarınızın sayısının dörtte biri düşülecektir.
3. Sınavda pergel, cetvel, hesap makinesi gibi yardımcı araçlar ve müsvedde kağıdı kullanılması yasaktır. Tüm işlemlerinizi soru kitapçığı üzerinde yapınız.
4. Sınav süresince görevlilerle konuşulmayacak ve onlara soru sorulmayacaktır. Yanlış olduğunu düşündüğünüz sorularla ilgili, görevlilere soru sormayınız. Bu çok küçük bir olasılık olsa da, jüri bu tür durumları daha sonra değerlendirecektir.
5. Öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
6. Dışarıya çıkan bir aday tekrar sınava alınmayacaktır.
7. Cep telefonuyla sınava girmek yasaktır. Cep telefonunuzu görevliye teslim ediniz.
8. Soru kitapçıkları toplanacaktır.

1. A (1, 2, 1) noktasının  $x = y, z = 2$  doğrusuna uzaklığını bulunuz.

- A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       C)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       D)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$       E)  $\frac{1}{2}$

**Çözüm :**  $x = y, z = 2$  doğrusu için, doğrultman  $\vec{u} = (1, 1, 0)$  ve üzerindeki bir nokta  $P(0, 0, 2)$ 'dir.  $\vec{PA} = (1, 2, -1)$  olduğundan,

$$\ell = \frac{\text{Alan}(\vec{PA}, \vec{u})}{\text{Taban}(\|\vec{u}\|)} = \frac{\sqrt{\langle \vec{PA}, \vec{PA} \rangle \langle \vec{u}, \vec{u} \rangle - \langle \vec{PA}, \vec{u} \rangle^2}}{\|\vec{u}\|} = \frac{\sqrt{6 \cdot 2 - 3^2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

olur.

2. A (1, 1, 5) noktasının  $x + y + z = 4$  düzlemine uzaklığını bulunuz.

- A)  $\sqrt{3}$       B) 3      C)  $\frac{1}{3}$       D) 1      E) 2

**Çözüm :**  $\ell = \frac{|1 + 1 + 5 - 4|}{\sqrt{1 + 1 + 1}} = \sqrt{3}$

3.  $\frac{x - 2}{3} = \frac{y - 3}{2}, z = 1$  doğrusuna dik olan ve (2, 3, 1) noktasından geçen düzlemin denklemini bulunuz.

- A)  $3x + 2y + z = 13$     B)  $2x + 3y = 13$     C)  $\frac{x - 2}{3} = \frac{y - 3}{2}, z - 1$   
D)  $x - 2 = y - 3 = z - 1$     E)  $3x + 2y = 12$

**Çözüm :** Doğruya dik ise, doğrunun doğrultmanı düzlemin normali olarak alınabilir.  $\vec{N} = \vec{u} = (3, 2, 0)$  ise, düzlem denklemi :

$$3(x - 2) + 2(y - 3) + 0(z - 1) = 3x + 2y - 12 = 0$$

bulunur.

4.  $\frac{1 - x}{2} = z - 3, y = 2$  doğrusundan ve A(1, 0, 3) noktasından geçen düzlemin denklemini bulunuz.

- A)  $2x + y + z = 5$     B)  $2x - y + z = 5$     C)  $x - y + z = 4$   
D)  $x + 2z = 7$       E)  $x + y - z = -2$

**Çözüm :** Doğrunun doğrultmanı  $\vec{u} = (-2, 0, 1)$  ve bir noktası  $P(1, 2, 3)$ 'tür.  $\vec{N} = \vec{AP} \times \vec{u}$  alınabilir.

$$\vec{N} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (2, 0, 4)$$

oldüğundan, düzlem denklemi :  $2(x - 1) + 0(y - 0) + 4(z - 3) = 2x + 4z - 14 = 0$ , yaniz,  $x + 2z = 7$  bulunur.

---

5.  $A(1, 2, 1)$  noktasından geçen ve  $\vec{u} = (2, 3, 1)$  vektörüne paralel olan doğru,  $x + y = 8$  düzlemini hangi noktada keser?

- A)  $(3, 5, 1)$     B)  $(3, 5, 2)$     C)  $(4, 4, 2)$     D)  $(4, 4, 3)$     E)  $(5, 3, 1)$

**Çözüm :** İstenen doğru :  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{1}$ , dir. Buradan ilk eşitlikten,  $3x - 3 = 2y - 4$  bulunur.  $x + y = 8$  olduğundan,  $3x - 3 = 2(8 - x) - 4$  ise  $x = 3$ ,  $y = 5$  ve  $z = 2$  bulunur.

---

6.  $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{2}$ ,  $z = 1$  ve  $x = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{k}$  doğrularının içinde bulunduğu düzlemin denklemini bulunuz.

- A)  $-x + y - z = 4$     B)  $y + z = 2$     C)  $-8x + 5y + 5z = 20$   
D)  $2y - 2x + z = 3$     E)  $-x + y + z = 3$

**Çözüm :** İstenen düzlemin normali :  $\vec{N} = u_1 \times \overrightarrow{PQ}$  ile bulunabilir.  $P(0, 1, 1)$ ,  $Q(0, 0, 3)$  ve  $u_1 = (2, 2, 0)$  olduğundan,

$$\vec{N} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} = (4, -4, -2)$$

olur. O halde düzlem denklemi :  $2(x - 0) - 2(y - 1) - 1(z - 1) = 2x - 2y - z + 3 = 0$  olur.

---

7.  $P(5, 10)$  noktası  $\theta = \arctan \frac{3}{4}$  dar açısı kadar döndürülürse, koordinatları ne olur?

- A)  $(-2, 11)$     B)  $(11, 2)$     C)  $(-5, 10)$     D)  $(10, 5)$     E)  $(3, 1)$

**Çözüm :**  $\theta = \arctan \frac{3}{4}$  ise  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  ve  $\cos \theta = \frac{4}{5}$  olur. O halde,

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4/5 & -3/5 \\ 3/5 & 4/5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 11 \end{bmatrix}$$

olur.

---

8. Aşağıdakilerden hangisi bir tek kanatlı hiperboloid yüzeyinin denklemdir?

- A)  $z^2 + 1 = x^2 + y^2$     B)  $(z - 1)^2 = x^2 + y^2$     C)  $z = x + y^2$   
D)  $z = x^2 - y^2$     E)  $z^2 + 1 = x^2 - y^2$

**Çözüm :**  $x^2 + y^2 - z^2 = 1$  tek kanatlı hiperboloiddir.

---

9.  $x^2 - 2y^2 = 1$  hiperbolüne üzerindeki  $P(3, 2)$  noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $2x - 4y = -2$     B)  $3x - 2y = 2$     C)  $2x + 3y = 2$   
D)  $x - 3y = -7$     E)  $3x - 4y = 1$

**Çözüm :**  $xx_0 - 2yy_0 = 1 \Rightarrow 3x - 4y = 1$  olur.

---

10.  $\varphi(u, v) = (2 + 2 \cos u \sin v, 1 + 2 \cos u \cos v, 1 + 2 \sin u)$  küresi  $x$  eksenini hangi noktalarda keser?

- A)  $3 - \sqrt{2}, \sqrt{2} + 3$       B)  $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$       C)  $1 - \sqrt{2}, \sqrt{2} + 1$   
D)  $2 - \sqrt{2}, \sqrt{2} + 2$       E)  $2\sqrt{2}, -2\sqrt{2}$

**Çözüm :**  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$  denkleminde,  $y = z = 0$  yazılırsa,

$$(x - 2)^2 + (0 - 1)^2 + (0 - 1)^2 = 4 \text{ ise } x = 2 - \sqrt{2} \text{ ve } x = \sqrt{2} + 2$$

bulunur.

---

11.  $y = x$  doğrusuna uzaklığı,  $A(1, 3)$  noktasına uzaklığının 2 katı olan noktaların geometrik yeri hangi koniği gösterir?

- A) Hiperbol      B) Elips      C) Parabol      D) Doğru      E) Çember

**Çözüm :**  $\frac{\text{Noktaya Uzaklık}}{\text{Doğruya Uzaklık}} = e = \frac{1}{2} < 1$  olduğundan elipstir.

---

12.  $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + 2$  doğrusuna teğet olan ve  $(2, 0)$  noktasından geçen merkezli elipsin denklemi hangisidir?

- A)  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$       B)  $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$       C)  $x^2 + \frac{x^2}{2} = 1$   
D)  $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} = 1$       E)  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$

**Çözüm :** Elips,  $(2, 0)$  noktasından geçiyorsa,  $\frac{4}{a^2} + \frac{0}{b^2} = 1$  eşitliğinden,  $a^2 = 4$  bulunur. Diğer yandan,  $m^2a^2 + b^2 = n^2$  teğet olma koşuluuydu. Buna göre,  $\frac{3}{4}a^2 + b^2 = 4 \Rightarrow 3 + b^2 = 4 \Rightarrow b^2 = 1$  olur. Elips :  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  'dir.

---

13.  $y = x + 1$  doğrusunun  $x^2 + 2y^2 = 4$  elipsinin içinde kalan kısmının uzunluğu kaçtır?

- A)  $\frac{4\sqrt{5}}{3}$       B)  $\frac{2\sqrt{5}}{3}$       C)  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$       D)  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$       E)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

**Çözüm :**  $x^2 + 2(x + 1)^2 - 4 = 3x^2 + 4x - 2 = 0$  olur. Doğrunun elipsi kestiği noktalar  $A(x_1, y_1) = A(x_1, x_1 + 1)$  ve  $B(x_2, y_2) = B(x_2, x_2 + 1)$  denilirse,

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (x_2 - 1 - x_1 + 1)^2} = \sqrt{2}\sqrt{(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2}\sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}$$

olduğundan,  $|AB| = \sqrt{2}\sqrt{(-4/3)^2 - 4(-2/3)} = \frac{4}{3}\sqrt{5}$  olur.

---

14.  $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$  hiperbolünün dış merkezliği kaçtır?

- A)  $\sqrt{5}$     B)  $\sqrt{3}$     C) 2    D)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$     E)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

**Çözüm :**  $a = 1, b = 2$  ise,  $c^2 = a^2 + b^2 = 1 + 4 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5}$  olduğundan,  $e = \frac{c}{a} = \sqrt{5}$  olur.

15.  $x^2 + y^2 + 4x + 2 = 0$  çemberine üzerindeki,  $(-1, 1)$  noktasından çizilen teğetin denklemi nedir?

- A)  $y = -x$     B)  $y = x$     C)  $y = 2x + 1$     D)  $y = -2x - 1$     E)  $y = 2 + x$

**Çözüm :**  $xx_0 + yy_0 + 2(x + x_0) + 2 = 0$  denkleminde,  $-x + y + 2(x - 1) + 2 = x + y = 0$  bulunur.

16. Hangisi  $x^2 + \frac{y^2}{4} = 2$  elipsinin bir doğrultmanıdır?

- A)  $x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$     B)  $y = \frac{4\sqrt{3}}{3}$     C)  $x = \frac{4\sqrt{5}}{5}$     D)  $y = \frac{2\sqrt{3}}{3}$     E)  $y = \frac{4\sqrt{5}}{3}$

**Çözüm :**  $a = 1, b = 2$  ve  $b^2 = a^2 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{3}$  olur. Doğrultmanların denklemi,  $y = \pm \frac{b}{c} = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$  olduğundan,  $y = \pm \frac{4}{\sqrt{3}} = \pm \frac{4\sqrt{3}}{3}$  bulunur.

17.  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  koniğinin kutupsal denklemi hangisidir?

- A)  $r = \frac{1}{2 - \sqrt{2}\cos\theta}$     B)  $r = \frac{1}{2 - 3\cos\theta}$     C)  $r = \frac{1}{\sqrt{3} - 2\cos\theta}$   
D)  $r = \frac{1}{2 - \sqrt{3}\cos\theta}$     E)  $r = \frac{\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}\cos\theta}$

**Çözüm :** Bize dış merkezlik yani  $e$  ve odağın doğrultmana uzaklığı yani  $p$  gerekli. Bunları bulalım.  $a^2 = 4$  ve  $b^2 = 1$  olduğundan,  $a^2 = c^2 + b^2$  eşitliğinden,  $c^2 = 3$  bulunur. O halde  $c = \sqrt{3}$  alınırsa,  $e = c/a = \sqrt{3}/2$  olur. Doğrultmanın denklemi ise,  $x = \frac{a}{e}$  olduğundan,  $x = 4/\sqrt{3}$  bulunur. Buna göre,  $(\sqrt{3}, 0)$  odağının,  $x = 4/\sqrt{3}$  doğrusuna uzaklığı,  $p = 4/\sqrt{3} - \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$  olur. Sonuç olarak elipsin kutupsal denklemi :

$$r = \frac{ep}{1 - e\cos\theta} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}\cos\theta}$$

olarak bulunur.

---

18.  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$  koniğinin parametrik denklemi hangisidir?

- A)  $x=2 \tan t, y=\sec t$  B)  $x=\sec t, y=2 \tan t$  C)  $x=2 \sec t, y=\tan t$   
D)  $x=2 \cos t, y=\sin t$  E)  $x=2 \sec t, y=2 \tan t$

**Çözüm :**  $\sec^2 t - \tan^2 t = 1$  özdeşliği gözönüne alınırsa, C) seçeneğinin doğru olduğu görülür.

---

19.  $y = 2x$  doğrusu  $45^\circ$  döndürülürse denklemi ne olur?

- A)  $y = -2x$  B)  $y = \frac{x}{3}$  C)  $y = \frac{-x}{3}$  D)  $y = 3x$  E)  $y = -3x$

**Çözüm :**

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \\ &\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} \end{aligned}$$

olduğundan,  $\frac{\sqrt{2}}{2}(-x' + y') = 2\frac{\sqrt{2}}{2}(x' + y')$  eşitliğinden,  $y' = -3x'$  olur. Yani, döndürülmüş denklemi  $y = -3x$  buluruz.

---

20.  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$  ve  $x^2 + y^2 = 5$  çemberlerinin kesişim noktalarından ve  $P = (-1, 0)$  noktasından geçen çemberin yarıçapını bulunuz.

- A)  $\sqrt{13}$  B)  $\frac{\sqrt{11}}{2}$  C)  $\frac{\sqrt{13}}{2}$  D)  $\sqrt{3}$  E)  $\sqrt{5}$

**Çözüm :** İki çemberin kesim noktalarından geçen çember demetinin denklemi :

$$[(x - 1)^2 + (y - 2)^2 - 4] + \lambda[x^2 + y^2 - 5] = 0$$

dır.  $P(-1, 0)$  noktasından geçiyorsa,

$$[(-1 - 1)^2 + (0 - 2)^2 - 4] + \lambda[(-1)^2 + 0^2 - 5] = 0$$

eşitliğinden  $\lambda = 1$  olur. O halde,

$$\begin{aligned} (x - 1)^2 + (y - 2)^2 - 4 + x^2 + y^2 - 5 &= 0 \\ 2x^2 - 2x + 2y^2 - 4y - 4 &= 0 \\ x^2 - x + y^2 - 2y - 2 &= 0 \end{aligned}$$

bulunur. O halde,  $r = \frac{1}{2}\sqrt{1 + 4 - 4(-2)} = \frac{1}{2}\sqrt{13}$  olur.

---